$$F=\sum_{m=1}^{M}\psi^2\left(k_m,\omega_m,\mu_0,\mu_1\right),\ \psi(k,\omega,\mu_0,\mu_1)=k_m-\frac{m\pi}{\int_0^1\beta(z_1)dz_1},\ m=1,2... \quad (12)$$

Исследована точность $\delta_1$, $\delta_2$, $\delta_3$ восстановления функции $\mu(z)$ в пространствах C, $L_1$, $L_2$.

$$\delta_1=\frac{\max\limits_{0\le z\le 1}\left|\mu(z)-\tilde{\mu}(z)\right|}{\max\limits_{0\le z\le 1}\left|\mu(z)\right|}100\%,\quad \delta_2=\frac{\int_0^1\left|\mu(z)-\tilde{\mu}(z)\right|dz}{\int_0^1\left|\mu(z)\right|dz}100\%,$$

$$\delta_3=\frac{\sqrt{\int_0^1\left|\mu(z)-\tilde{\mu}(z)\right|^2dz}}{\sqrt{\int_0^1\left|\mu(z)\right|^2dz}}100\%.$$

Здесь $\tilde{\mu}(z)$- восстановленная функция $\mu(z)$ по численно найденным параметрам стратификации $\mu_0$ и $\mu_1$.

Проведена оценка точности ВКБ - асимптотики, а именно, показано, что разность между точным решением дифференциального уравнения в (1) и ВКБ – приближением меньше, чем $\frac{\tilde{N}}{k}$, $C=const$. Для конкретно заданных значений параметров задачи константа $C$ найдена.

**Список литературы**


1. Миропольский Ю.З. Динамика внутренних гравитационных волн в океане. – Л.: Гидрометеоиздат, 1981. – 301 с.
2. Потетюнко Э.Н., Черкесов Л.В., Шубин Д.С., Щербак Е.Н. Свободные колебания и обратные спектральные задачи. Волновые движения неоднородной жидкости. 2-е изд.- М.: Вузовская книга, 2007 – 288 с.
3. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Наука, 1971. – 1108 с.
4. Н.Н. Моисеев Асимптотические методы нелинейной механики. Наука. Главная редакция физико-математической литературы. М.:, 1969 - 380 с.


# АКСИОМА 8 ЕВКЛИДА И АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ МЕТОДЫ В АНАЛИЗЕ


**Сухотин А.М.**

*Национальный Исследовательский Томский политехнический университет Томск, Россия*


1. Бурное развитие и рост математического знания в средние века и в Новое время поставили в конце XIX – начале XX веков математическое сообщество перед необходимостью строгого обоснования анализа и всей математики. Однако и в начале XXI веков в этой области остались нерешённые или решённые не до конца проблемы. Некоторые из этих проблем связаны с понятием бесконечности в математики и были формально описаны ещё Галилео Галилеем в первой половине XVII века [1]. Известно, что в классическом анализе $\sum_1^\infty(1)^n=\infty$ и $\sum_1^\infty 1/n=\infty$, то есть символом ∞ бесконечность обозначено слишком многое. Это не позволяет адекватно использовать математические методы в областях знания и в моделях, имеющих неограниченные области изменений параметров, например в космологии.

Объектом нашего исследования являются инъективные отображения на множестве $\boldsymbol{N}$

натуральных чисел (натуральные последовательности), альтернативная теория числовых последовательностей и рядов и доказательство в рамках наивной теории множеств Аксиомы 8 Евклида «И целое больше части» [2].

2. Аксиома 8 Евклида. Объектом исследования в первую очередь являются альтернативные методы анализа и их обоснование. Наше исследование мы проводим в рамках наивной теории множеств Пауля Халмоша [3]. Доказательства некоторых утверждений альтернативного анализа становятся очевидными, если принять Аксиому 8 Евклида. Здесь мы использовали известные математические тексты и следовали прогнозу Пола Коэна о континуум-гипотезе (КГ): «Точка зрения, которая, как предчувствует автор, может в конце концов стать принятой, состоит в том, что КГ является, *очевидно,* ложной» [4, IV.13]. Аксиому 8 Евклида [2] мы доказали в форме следующей теоремы. Если $B\subset A$ и $\varphi\in \boldsymbol{F}(A, B)$, тогда во множестве $A$ найдётся такая пара $(a, q)$ элементов $a$ и $q$, что $a\neq q$ & $\varphi(a)=\varphi(q)$. Эта теорема имеет также канонически краткую форму:

$$B\subset A\Rightarrow|A|\neq|B|. \qquad (1.1)$$

Условие (1.1) неэквивалентности множеств $A$ и $B$ в сформулированной выше теореме имеет следующую, более точную (скажем по определению) запись: $B\subset A\Rightarrow|A|>|B|$. И, в частности, при $A=B\cup\{q\}$) и $q\notin B$ (1.1) влечёт неравенство: $|B|<|B\cup\{q\}|$.

Таким образом, в отношении эквивалентности семейство бесконечных множеств (как и множество конечных множеств) делится на классы «с точностью до элемента».

3. Получение новых результатов в теории числовых последовательностей, где многое стало математическим фольклором, не возможно без новой методологии. Основой такой методологии стали новые методы исследования отображений $f$: $\boldsymbol{N}\to\boldsymbol{N}$. Равномерная направленность множества $\boldsymbol{N}$ натуральных чисел мотивирует введение понятия *С-точной пары* $(m, n)$ *натуральных переменных*. Пусть подмножество $A\subset\boldsymbol{N}$ является бесконечным и $A\cup A_i, i\in I$, некоторое естественное разбиение множества $A$. И пусть $\alpha_i\triangleq\min(A_{i+1})-\max(A_i), i\in I.$ Натуральную переменную $(m, A)$ с естественным порядком из множества $\boldsymbol{N}$ назовём α-натуральной переменной, если $\alpha=\sup_{i\in I}\{\alpha_i\}$. Пусть $(k, B)$ некоторая β-натуральная переменная. Пусть $E\triangleq A\cup B$. Пара $\{(m, A)$, $(k, B)\}$ натуральных переменных $(m, A)$ и $(k, B)$ называется $C$-точной парой, если натуральная переменная $(n, E)$ является $C$-натуральной переменной, $C\leq\min\{\alpha, \beta\}$.

**Определение1.** *Числовая последовательность* (***a***) *называется e-расходящейся, если существуют такие две бесконечные подпоследовательности* $\xi_1, \xi_2\subset\boldsymbol{N}, \xi_1\cap\xi_2=\varnothing$, *что выполняется следующее условие*:

$$\exists(\delta>0, n^*\in\boldsymbol{N}):\forall(m,k)\subset(\xi_1,\xi_2)\ m, k>n^*\ |a_m-a_k|\geq\delta.)$$

Далее мы вводим ещё одно принципиально новое понятие.

**Определение 2.** *Мы называем числовую последовательность* (***a***) *w-сходящейся последовательностью* (*w-**CS***), *если выполняется следующее условие*:

$$(\forall\varepsilon>0\ \exists\ n(\varepsilon)\in N):\ (\forall\ n\geq n(\varepsilon)\ \ |a_{n+1}-a_n|<\varepsilon),$$

*или, что то же самое, но в предельной форме записи* $\lim(a_{n+1}-a_n)=0$.

Главные результаты здесь: *а*) доказано существование неограниченных конечным числом последовательностей Коши (***CS***), их предельные значения образуют по определению множество бесконечно больших чисел, *б*) доказано, что {(*w*-***CS***)}={(***CS***)}, (см. [5]).

4. Альтернативная теория числовых рядов начинается выделением из понятий частичной $n$-ой суммы и $n$-го остатка числового ряда значений этих сумм с конечным и неограниченном количеством слагаемых, соответственно: $\sum a_n = (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) + \sum_{n+1}^{\infty} a_i \stackrel{\Delta}{=} \Sigma_n + \rho_n$. До конца семнадцатого века в теории рядов решалась одна задача: найти сумму ряда, если $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Но в последнее десятилетие XVII века швейцарские математики Яков и Иоган Бернулли установили, что $1 + 1/2 + 1/3 + \cdots + 1/n = \ln n + C_e + \gamma_n$, где $C_e$=0,57721566490…– *константа,* названная впоследствии постоянной Эйлера, а $\gamma_n \to 0$. По общему признанию математиков это равенство было принято за доказательство расходимости гармонического ряда. Так что с начала XVIII века условие $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ стало математиками называться лишь необходимым условием сходимости числового ряда. С точки зрения альтернативного анализа более 300 лет под сходимостью числового ряда понималась только сходимость к конечному числу. Такое предубеждение закрыло путь к корректному определению бесконечно больших чисел. Это во-первых.

Во-вторых, более 150 лет назад Б. Риман написал неполную страницу текста о знакопеременных рядах [6]. И более к этому вопросу он не обращался. Но до сих пор математическая общественность называет этот текст «классической теоремой Римана о знакопеременных рядах», а именно: сходимость знакопеременного условно сходящегося ряда зависит от перестановки слагаемых ряда. При этом наивно считается, что перестановка бесконечного множества такой же простой объект, каким является биекция конечного множества. С точки зрения альтернативного анализа инъективные отображения заслуживают более внимательного отношения. Не всякая ция $f: N \to N$, выполнимая на некотором начальном отрезке натурального ряда, будет биективной на всём множестве $\boldsymbol{N}$, то есть не каждая такая функция $f$ является перестановкой. Перестановки слагаемых числовых рядов представляют широко используемую часть общей теории рядов. Но по нашему мнению, эта часть теории рядов неоправданно широка. Основные результаты нашей работы: *а*) доказана сходимости гармонического ряда к некоторому бесконечно большому числу, *б*) доказана достаточность необходимого признака сходимости числового ряда, *в*) доказана независимость сходимости числового ряда от перестановки его слагаемых, *г*) доказана сохранения свойств конечных сумм при потенциально неограниченном увеличении количества слагаемых таких сумм, *д*) получена новая классификация числовых рядов, а именно, из множества расходящихся в классическом смысле числовых рядов выделен класс рядов, сходящихся к бесконечно большим числам, *е*) получены новые регулярные признаки сходимости числовых рядов.

**Список литературы**


1. Галилей Г. Избранные труды: в 2-х т., Т. 2. – М.: Наука, 1964. – 571 с.
2. Начала Евклида: пер. с греч. – М.-Л. ОГИЗ. – Книги I–VI, 1948; Книги VII–X, 1949; Книги XI–XVI, 1950.
3. Halmosh Paul. R. Naive Set Theory. – Princeton, New Jersey: D. Van Nostrand Company, Inc.–1960.
4. Коэн П. Дж. Теория множеств и континуум-гипотеза: пер. с англ. – М.: Мир, 1968.
5. Сухотин А.М. Начало высшей математики: учебное пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2008. – 164 с.

6. Риман Б. Сочинения / ред. статья и примечания В. Л. Гончарова. - М.; Л.: Гостехиздат, 1948. – 543 с.

## ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА

**Хачев М.М.**

*Кабардино-Балкакарская сельскохозяйственная академия*
*Нальчик, Россия*

В области $D=\{(x,y): 0<x<1, -\alpha<y<\beta\}$ рассмотрим уравнение

$$L(u)\equiv u_{xx}+\operatorname{sgn} y\left[|y|^m u_{yy}+a|y|^{m-1}u_y+b|y|^{m-2}u\right]=0, \qquad (1)$$

где $\alpha,\beta\equiv const>0$ è $m,a,b$ - постоянные, подчиненные условиям:

1) $0<m<2$; 2) $(a-1)^2>4b,\ p=\dfrac{\sqrt{(a-1)^2-4b}}{2-m}<1$;

3) если $a<1$, то $b=0$ è $a\geq m-1$ ïðè $m\geq 1$.

Обозначим через $D^+=D\cap(y>0), D^-=D\cap(y<0)$ - эллиптическую и гиперболическую части смешанной области D соответственно и положим

$$2p_1=1-a+\sqrt{(a-1)^2-4b},\quad 2p_2=1-a-\sqrt{(a-1)^2-4b}.$$

Назовем регулярным решением уравнения (1) функцию $u=u(x,y)$, которая непрерывна в $\overline{D}$ *при* $y\neq 0$, дважды непрерывно дифференцируема в $D$ *при* $y\neq 0$ и вне характеристик в $D^-$, и удовлетворяет в $D^+\cup D^-$ уравнению (1).

**Задача Дирихле**. ***Найти регулярное решение уравнения (1), для которого*** $u_y\in L_2(0,1)$ *при* $-\alpha<y<\beta$ ***и существует в*** $L_2(0,1)$ ***предел*** $u_y$ ***при*** $y\to-\alpha$ ***, удовлетворяющее краевым условиям:***

$$u(0,y)=0,\quad u(1,y)=0,\ -\alpha\leq y\leq\beta,$$
$$u(x,\beta)=\varphi_1(x),\ u(x,-\alpha)=\varphi_2(x),\ 0\leq x\leq 1$$

***и выполняется условия сопряжения:***

$$\lim_{y\to+0}y^{-p_2}u=\lim_{y\to-0}(-y)^{-p_2}u,$$
$$\lim_{y\to+0}\left[y^{1-p_1}u_y-p_2y^{-p_1}u\right]=\lim_{y\to-0}\left[(-y)^{1-p_1}u_y+p_2(-y)^{-p_1}u\right].$$

Относительно граничных функций $\varphi_k(x), k=1,2$ предполагаем, что периодические функции $\overline{\varphi}_k(x), k=1,2$, полученные от $\varphi_k(x)$ путем нечетного продолжения на отрезок $[-1,0]$, а затем на всю ось периодом 2, являются трижды непрерывно дифференцируемыми на R.

Относительно произвольных постоянных $a,b$ и $m$ будем предполагать выполненным условие $(A)$, если имеет место хотя бы одно из следующих соотношений: