

6. Риман Б. Сочинения / ред. статья и примечания В. Л. Гончарова. - М.; Л.: Гостехиздат, 1948. - 543 с.

ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЙ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА

Хачев М.М.

*Кабардино-Балкакарская сельскохозяйственная академия
Нальчик, Россия*

В области $D = \{(x, y) : 0 < x < 1, -\alpha < y < \beta\}$ рассмотрим уравнение

$$L(u) \equiv u_{xx} + \operatorname{sgn} y \left[|y|^m u_{yy} + a|y|^{m-1} u_y + b|y|^{m-2} u \right] = 0, \quad (1)$$

где $\alpha, \beta \equiv \text{const} > 0$ и m, a, b - постоянные, подчиненные условиям:

$$1) 0 < m < 2; 2) (a-1)^2 > 4b, p = \frac{\sqrt{(a-1)^2 - 4b}}{2-m} < 1;$$

$$3) \text{ если } a < 1, \text{ то } b = 0 \text{ и } a \geq m-1 \text{ и } m \geq 1.$$

Обозначим через $D^+ = D \cap (y > 0), D^- = D \cap (y < 0)$ - эллиптическую и гиперболическую части смешанной области D соответственно и положим

$$2p_1 = 1 - a + \sqrt{(a-1)^2 - 4b}, \quad 2p_2 = 1 - a - \sqrt{(a-1)^2 - 4b}.$$

Назовем регулярным решением уравнения (1) функцию $u = u(x, y)$, которая непрерывна в \bar{D} при $y \neq 0$, дважды непрерывно дифференцируема в D при $y \neq 0$ и вне характеристик в D^- , и удовлетворяет в $D^+ \cup D^-$ уравнению (1).

Задача Дирихле. Найти регулярное решение уравнения (1), для которого $u_y \in L_2(0,1)$ при $-\alpha < y < \beta$ и существует в $L_2(0,1)$ предел u_y при $y \rightarrow -\alpha$, удовлетворяющее краевым условиям:

$$\begin{aligned} u(0, y) = 0, \quad u(1, y) = 0, \quad -\alpha \leq y \leq \beta, \\ u(x, \beta) = \varphi_1(x), \quad u(x, -\alpha) = \varphi_2(x), \quad 0 \leq x \leq 1 \end{aligned}$$

и выполняется условия сопряжения:

$$\begin{aligned} \lim_{y \rightarrow +0} y^{-p_2} u &= \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{-p_2} u, \\ \lim_{y \rightarrow +0} [y^{1-p_1} u_y - p_2 y^{-p_1} u] &= \lim_{y \rightarrow -0} [(-y)^{1-p_1} u_y + p_2 (-y)^{-p_1} u] \end{aligned}$$

Относительно граничных функций $\varphi_k(x), k = 1, 2$ предполагаем, что периодические функции $\bar{\varphi}_k(x), k = 1, 2$, полученные от $\varphi_k(x)$ путем нечетного продолжения на отрезок $[-1, 0]$, а затем на всю ось периодом 2, являются трижды непрерывно дифференцируемыми на \mathbb{R} .

Относительно произвольных постоянных a, b и m будем предполагать выполненным условие (A), если имеет место хотя бы одно из следующих соотношений:

$$\left. \begin{array}{l} 1) a < 1, (a-1)^2 > 4b, p < 1, 0 < m < 2; 2) a < 1, b = 0, 0 < m < 1; \\ 3) 0 \leq a < 1, b = 0, m = 1; 4) m - 1 \leq a < 1, b = 0, 1 < m < 2; \\ 5) a = 1, b = 0, < m < 1; 6) a > 1, b \leq 0, (a-1)^2 > 4b, p < 1, 0 < m < 2; \\ 7) 1 < a < 3 - m, b = 0, 0 < m < 2; 8) a < 1, b < 0, 0 < m < 2 \end{array} \right\} (A)$$

Единственность решения задачи следует из теоремы 1: *пусть:*

имеет место условие (A);

постоянные величины α и β таковы, что для всех $n \in N$ имеет место неравенство

$$E_p(\pi\alpha_1) = J_{-p}(\pi\alpha_1) + J_p(\pi\alpha_1)I_{-p}(\pi\beta_1)/I_p(\pi\beta_1) \neq 0,$$

где $\alpha_1 = \frac{2}{2-m}\alpha^{\frac{2-m}{2}}$, $\beta_1 = \frac{2}{2-m}\beta^{\frac{2-m}{2}}$, $J_\nu(z)$ - функция Бесселя первого рода,

$I_\nu(z)$ -модифицированная функция Бесселя первого рода, $I_p(\pi\beta_1) \neq 0$.

Тогда задача Дирихле для уравнения (1) в области D имеет не более одного решения.

Доказательство теоремы 1 проводится методом Грина с помощью вспомогательной функции со специальными свойствами, построенная методом разделения переменных.

Существование решения задачи следует из теоремы 2: *пусть:*

постоянные величины a, b и m таковы, что имеет место условие (A);

функции $\varphi_k(x), \varphi'_k(x), \varphi''_k(x) \in C[0,1]$, а $\varphi_k'''(x)$ - кусочно непрерывные функции на отрезке $[0,1]$, причем $\varphi_k(0) = \varphi_k(1), \varphi_k''(0) = \varphi_k''(1) = 0, k = 1, 2;$

для всех $n = 1, 2, 3, \dots$ имеет место неравенство

$$\inf \sqrt{n} |E_p(\pi\alpha_1)| > 0.$$

Тогда существует единственное решение задачи Дирихле.

Доказательство теоремы 2 проводится методом разделения переменных с доказательством регулярности в областях D^\pm решения $u(x, y)$ представленного рядами $u^\pm(x, y)$.

Филологические науки

ВНЕДРЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ТИПОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ В ГЕРМАНИСТИКЕ В ПРАКТИКУ ПРЕПОДАВАНИЯ АНГЛИЙСКОГО ЯЗЫКА В ВУЗАХ

Бородина Т.Л.

*Новосибирский государственный
педагогический университет
Новосибирск, Россия*

Современное типологическое языкознание располагает богатым материалом, который приобретает особую актуальность в процессе подготовки молодых педагогических кадров,

готовых обучать английскому языку разные возрастные слои населения. В процессе обучения английскому языку для учащихся становится очевидным факт «непохожести» современного английского языка с родным (русским) языком. Объяснения «непохожести» двух языков часто сводятся к перечислению определенных правил употребления той или иной единицы английского языка или составлением списка «исключений из правил», предполагающее дальнейшее, доводимое до автоматизма, заучивание употребления «неправильной» языковой формы или языковой единицы в целом в ситуации общения. В