которого составляет гармонический анализ – теория рядов Фурье.

Если для функции, заданной на конечном промежутке вещественной оси, важное значение имеет её разложение в ряд Фурье, то для непериодической функции, определённой на всей числовой оси, аналогичную роль играет представление функции интегралом Фурье.

Необходимость представления функции интегралом Фурье возникает во многих задачах математического анализа и его приложений. Так, интеграл Фурье играет фундаментальную роль во многих проблемах электрических цепей, физики, техники, в некоторых метеорологических и астрономических задачах.

Учебное пособие представляет собой опорный конспект по разделам математики: функциональные ряды, ряды Фурье и интеграл Фурье. Оно ориентировано на студентов технических и экономических направлений бакалавриата дневной, вечерней и заочной форм обучения.

В настоящее время необходимы специалисты, способные работать в условиях жёсткой конкуренции, что приводит к росту требований работодателей к выпускникам и самого человека к качеству образований. В ВУЗе необходимо заложить базу для дальнейшего самообразования.

В опорном конспекте последовательно вводятся все базовые понятия, предусмотренные программой и Государственными образовательными стандартами, формулируются основные теоремы. Рассматриваются основные задачи, методы их решения и технологии применения этих методов к решению практических задач. Изложение материала сопровождается подробными комментариями и многочисленными примерами.

Пособие может быть использовано для первичного ознакомления изучаемого материала; при конспектировании лекций; для подготовки к практическим занятиям; для закрепления полученных знаний, умений и навыков. Кроме того, оно будет полезно и студентам-старшекурсникам как справочное пособие, позволяющее решать прикладные задачи, требующие применения рассматриваемых в работе аспектов.

По мнению авторов, представленные в работе таблицы, обобщающие теоретический материал, позволяют более компактно и наглядно представить основную информацию в виде наиболее удобном для запоминания и дальнейшего использования.

Данное учебное пособие содержит необходимое количество задач и упражнений для самостоятельного решения, позволяющих студентам получить навыки правильного использования изученного материала и иллюстрирующих связь математики с другими дисциплинами.

В пособии прилагаются варианты контрольных и семестровых работ, расширенная таблица интегралов, которую рекомендуется использовать при решении задач в разделах: тригонометрические ряды Фурье, интеграл Фурье и преобразование Фурье.

Основной принцип, который использовался при написании рассматриваемой работы, может быть сформулирован следующим образом: учебное пособие должно выступать в роли «организатора» систематизации познавательной деятельности студента, играть роль «компаса» в ориентации и усвоения учебной информации.

НАЧАЛО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Сухотин А.М.

В учебном пособии, объёмом в 164 с., научно введены, в соответствии с государственным образовательным стандартом нового поколения, основные понятия высшей математики в методологии, отражающей сорокалетний опыт преподавания курса математики в технических вузах и результаты научных исследований автора. В частности, доказаны альтернативные утверждения об инъективных отображениях и сходимости числовых последовательностей и рядов; все альтернативные утверждения иллюстрированы примерами.

Пособие адресовано студентам первых курсов всех специальностей и направлений, магистрам, аспирантам-математикам, а также преподавателям математики и анализа и слушателям ФПК.

Основными отличиями «Начала высшей математики» от традиционных учебных пособий являются следующие.

1. Получен (Теорема 6.2.2) для множества N необходимый признак сюръективности инъективных отображений φ: N→N: $\lim\limits_{n\to\infty}(\phi(n):n)=1$.

2. Доказан (Теорема 3.10) критерий биективности отображений f: A→B для бесконечных множеств A и B. Там же доказана (Теорема 3.8, подробное доказательство этой теоремы вклеено) некорректность гипотезы о существовании инъективного отображения множества A на его собственное подмножество C. Другими словами, доказана Аксиома 8 Евклида, что, влечёт необходимость уточнения понятий счётности —

несчётности множеств и, следовательно, изменения формулировки Континуум-Гипотезы.

3. Введено понятие (Определение 6.1.1) C-точной парой натуральных переменных следующим образом: Пусть A и B являются бесконечными подмножествами множества N, Θ @{(m, k)}⊂ A×B, $A \cap B \supseteq \varnothing$ и E @ AÈB ⊆N. Тогда пара (m, k) натуральных переменных m∈A и k∈B называется C-точной парой, если найдётся число C>0 такое, что для каждых соседних в E элементов m и k верно неравенство |m-k|<C.

Доказано (Теорема 6.2.4), что для любой пары натуральных переменных существует число C>0 такое, что данная пара является C-точной парой.

4. С помощью понятия C-точной пары доказано (Пример 6.3.4), что остаток гармонического ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1}$ стремится к нулю: $r_n \to 0$, а также (Теорема 8.1.1) более общее утверждение: для любого числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ справедлива эквивалентность $(r_n \to 0) \Leftrightarrow (a_n \to 0)$.

5. Введено определение e-расходящейся числовой последовательности (e-DS) следующим образом (Определение 7.1.1). Числовая последовательность (a) называется e-расходящейся, если существуют такие две бесконечные подпоследовательности $\xi_1, \xi_2, \subset \boldsymbol{N}$, $\xi_1 \cap \xi_2 = \varnothing$, что выполняется следующее условие:

$$\exists(\delta > 0,\, n^* \in \boldsymbol{N}) : \forall (m, k) \subset (\xi_1, \xi_2)\ m, k > n^*\ \left|a_m - a_k\right| \geq \delta.$$

Применяя понятие C-точной пары, в Главе 7 доказано, что {e-DS}⊂{DS} и {CS}∩{e-DS}≠∅, где DS — расходящаяся в классическом смысле числовая последовательность, а CS — фундаментальная последовательность.

Там же введено (Определение 7.1.2) множество {w-CS} w-сходящихся числовых последовательностей, для которых выполняется следующее условие: $(\forall \varepsilon > 0\, \exists\, n(\varepsilon) \in N) : (\forall\, n \geq n(\varepsilon)\ \left|a_{n+1} - a_n\right| < \varepsilon)$.

Доказано (Теорема 7.1.3), что множество w-сходящихся последовательностей совпадает с множеством {CS} фундаментальных последовательностей: {w-CS}={CS}. Это утверждение мотивирует введение бесконечно большого числа (ILN), как предельного значения неограниченной конечным числом CS.

Доказано (Теорема 7.2.1), что неограниченная дифференцируемая в ±∞ функция f: R → R сходится к соответствующему ILN Ω(f) тогда и только тогда, когда $f'(\infty) = 0$.

6. Доказана (Теорема 8.2.1) независимость сходимости знакопеременного ряда от перестановки его слагаемых, для чего, в частности, из понятия частичной суммы числового знакопеременного (и не только знакопеременного) ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и остатка ряда были выделены значения этих сумм (конечной и бесконечной, соответственно).

Доказано и более общее утверждение (Теорема 8.2.3): Если для произвольного числа B из членов сходящегося к числу A знакопеременного ряда (A) построена произвольным образом последовательность (Σ_n^*) сумм Σ_n^*, последовательность значений S_n^* которых сходятся к числу B, то последовательность (r_n^*) получающихся при этом остатков r_n^* сходится к числу A-B.

Отмеченные здесь утверждения иллюстрированы примерами. В книге есть предметный указатель терминов и символов, список тем рефератов. Библиографический список состоит из 115 наименований. Вопросы частной методики есть в каждой главе книги и в Приложениях. Так, например, в Приложении Б «Об алгоритмах курса высшей математики» получена формула вычисление площади SЭ поверхности трёхосного эллипсоида

$$S_Ý = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V_Ý}{\Delta t} = \frac{4\pi}{3}(ab + añ + bc).$$

Кроме того, найдено, например, новое объяснение парадокса Г. Галилея (Пример 6.3.3). Известно, что количество π(x) всех простых чисел p<x асимптотически оценивается значением функции $f(x) = \frac{x}{\ln x}$. С помощью Теоремы 7.2.1 в Примере 7.2.1 доказано, что количество всех простых чисел равно некоторому ILN Ω(π).

Со всеми вопросами и предложениями (в том числе, о совместных исследованиях) можно обращаться к автору по E-mail: asukhotin@yandex.ru или по адресу: 634050, Томск, пр. Ленина, 30, ТПУ, ЕНМФ, кафедра высшей математики.