$$X(\omega) = \frac{B(\omega)}{1 - A(\omega)} \theta(\omega). \quad (3)$$

Подбор функций a и b позволяет так преобразовать спектр шума $\theta(\omega)$, чтобы он стал аналогичен спектру анализируемого сигнала.

Построенная линейная модель (2) удобна тем, что дает аналитические результаты и ее использование не требует много машинного времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. М.: Мир, 1974.

2. Катьян Р.Л., Рао А.Р. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным. М.: Наука, 1983.

3. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Физматлит, 1991.

СОУДАРЕНИЯ В РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ (НЕКЛАССИЧЕСКИЕ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ)

Крупенин В.Л.
ИМАШ РАН
Москва, Россия

В этом обзорном докладе рассмотрены примеры базовых систем и приводятся результаты модельного и экспериментального анализа виброударных систем простой и сложной структуры. При этом основными модельными объектами изучения являются так называемые виброударные системы с распределенными ударными элементами и двумерные виброударные системы, например, решетки, колеблющиеся около неподвижных ограничителей. Гипотезы соударений в подобных системах отличаются от классических [1].

1. Распределенные системы соударяющиеся с прямыми протяженными ограничителями. В качестве первого примера рассмотрим струну, колеблющуюся около вибрирующей прямой протяженной стенки. Задача может быть поставлена, например, следующим образом. Пусть искомый прогиб есть $u\ (x,\ t)$, $-1/2 \leq x \leq 1/2$; $h(t)$ - закон T-периодических колебаний стенки в абсолютной системе координат $h\ (t) = -\Delta - \varepsilon h_1\ (t) < 0$ ($\varepsilon > 0$ -параметр). Считая натяжение и плотность единичными, имеем, обозначая - оператор Д'Аламбера:

$$u \geq 0,\ u\ (\pm 1/2,\ t)=0,\ u(x,t) \geq h(t),\ t \in \mathrm{R}. \quad (1)$$

В отсутствие контакта в первом соотношении (1) реализуется равенство, а в третьем – строгое неравенство. Во время контакта в третьем соотношении реализуется равенство, а в первом, в силу того, что ограничитель действует "от себя", – неравенство. Удар будем здесь считать абсолютно упругим:

$$u_t\,(x_0\,,\ t_0\,,+0) = -u_t\,(x_0\,,\ t_0\ -0) + 2h(t_o),\ u(x_o,\ t_o) \equiv h(t_o). \quad (2)$$

Разыскиваемые обобщенные решения должны удовлетворять также условию

$$supp\ u \subset \{(x,\ t);\ u(x,t) = h(t)\}. \quad (3)$$

Показывается, что в вырожденной консервативной системе при ε = 0 существует единственное двухпараметрическое семейство стоячих волн (называемых также хлопками), сохраняющих периодичность вне зависимости от метрических соотношений между длиной струны (здесь равной 1) и величиной зазора (Δ). Хлопки имеют трапециевидные профили; меньшие основания трапеций равномерно движутся вверх или вниз; в крайнем верхнем положении они вырождаются в точку; в крайнем нижнем положении происходит удар. В общем случае все движения почти периодичны и их можно представить как $A\ [y_1\ (x,\ t),\ y_2\ (x,\ t)]$, где функция A описывает хлопок. Функции $y_{1,2}$ однозначно определяются начальными условиями. Поэтому, хотя хлопки порождаются весьма частными начальными условиями ($u_t\ (x,\ 0) = 0,\ u(x,\ 0) = u_0^*\ (1\text{-}2\ |x|\ )$), их роль в механике систем такого рода весьма принципиальна [2].

Экспериментально доказано, в частности, что при реализации хлопков стоячие волны ведут себя аналогично массивному телу, соединенному с пружиной и соударяющемуся с неподвижным ограничителем (ударному осциллятору). Таким образом, хлопки могут быть «затянуты» по частоте и амплитуде, для них возможны классические нелинейные эффекты: явления срыва, жесткого запуска и др., проявляющиеся в простейшей виброударной системе [1,3].

При $\varepsilon \neq 0$ в системе устанавливаются периодические стационарные режимы типа хлопков, которые при увеличении ε начинают распадаться, сохраняя характерные профили, содержащие отрезки прямых.

2. В качестве второго примера рассмотрим прямоугольную решетку, составленную из двух взаимно перпендикулярных семейств упругих одинаковых линейных струн, защемленных на концах и имеющих соответственно длины L_1 и L_2. Каждая струна нумеруется при помощи индексов $k = 0,1,2,.,\ N_1$ и $q = 0,1,2..\ N_2$. В вершинах решетки помещены точечные абсолютно твердые тела с одинаковыми массами m. Динамика решетчатой конструкции описывается посредством N функций прогибов $u_{kq}(t)$, где индексы $k=1,2,..\ N_1;\ q=1,2,..\ N_2$. Каждая из функций $u_{kq}(t)$ изменяется вдоль некоторой оси, перпендикулярной плоскости статического равновесия решетки.

Параллельно плоскости статического равновесия решетки на расстояниях $\Delta_{1kq}>0$ и

$\Delta_{2kq}<0$ от каждого из узлов установлены ограничители хода, с которыми точечные тела, находящиеся в узлах решетки могут совершать мгновенные соударения; удары предполагаются прямыми и центральными. В частности, некоторые узлы могут быть вообще не оснащены ограничителями.

Таким образом, если при $t=t^0$ и (или) при $t=t_0$ для каких либо k и q происходит соударение с верхним или нижним ограничителями, то:

$$u_{tkq}(t_0\text{-}0)=R_{kq}u_{tkq}(t)(t^0+0),\ u_{kq}(t^0) =\Delta_{1kq}>0;\ u_{tkq}(t_0\text{-}0)=-R_{kq}u_{tkq}(t)(t_0+0),\ u_{kq}(t)= \Delta_{2kq}<0;$$

$$\square_{1kq} \leq u_{kq}(t) \leq \square_{2kq};\ 0<R_{kq} \leq 1. \qquad (4)$$

Приведенные условия – суть условия ударов, которые ставятся к уравнениям движения решетки

$$mu_{kqtt}+c_1(2u_{kq}\text{-}u_{(k\text{-}1,q)}\text{-}u_{(k+1,q)})+c_2(2u_{kq}\text{-}u_{(k,q\text{-}1)}\text{-}u_{(k,q+1)})=\square g_{kq}(t,\ u_{kq},\ u_{tkq},). \qquad (5)$$

Здесь соответственно обозначено: $c_{1,2}$ – коэффициенты упругости. Граничные условия защемления можно записать как $u_{kq}=0$, при $k=0;N_1;\ q=0;N_2$. Поэтому $N= (N_1\text{–}1)(N_2\text{–}1)$. При необходимости сюда могут быть добавлены начальные условия. Функции $\square g_{kq}(t,\ u_{kq},\ u_{tkq},\ldots)$, описывают неконсервативные силы, многоточие обозначает неучитываемые переменные высшего порядка малости, $\square$ - малый параметр. Условия удара (4) могут быть внесены в (5) при помощи сингулярных обобщенных функций [1].

Данная задача изучалась аналитически при помощи методов частотно-временного анализа, численно, а также экспериментально при помощи специально разработанного стенда. Были выявлены многие динамические эффекты и выяснено, в частности, что в данной системе существуют двумерные синхронные периодические режимы – хлопки, поведение которых опять-таки подобно поведению ударного осциллятора (см. п.1). Вместе с тем были обнаружены также и режимы движения гораздо более сложной структуры. В частности стоячие волны и профилями, имеющими большое количество нетривиально расположенных изломов.

Отметим в заключении, что виброударные системы с распределенными ударными элементами и системы с большим число сосредоточенных ударных пар требуют достаточно громоздких формул и поэтому приведены здесь не могут. Наряду с указанными, были рассмотрены системы с точечными, многоточечными, тавровыми, и двутавровыми, а также выпуклыми и вогнутыми ограничителям, некоторые системы с неодномерными соударениями, например, цепочки шаров, расположенные в кольцевых зазорах и др.

Кроме того, изучению подлежали виброударные системы при отказе от любых типах гипотез, использующих мгновенность взаимодействия, а также составные соударяющиеся системы сложной структуры.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 10-08-00500-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Babitsky V.I., Krupenin V.L. Vibration of Strongly Nonlinear Discontinuous Systems. Springer 2001, 330 p.

2. Асташев В.К., Крупенин В.Л. Продольные колебания тонкого стержня, взаимодействующего с неподвижным ограничителем // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2007. №6. С. 41-48.

3. Крупенин В.Л. Крупенин В.Л. О развитии методов частотно-временного анализа для расчета составных систем с большим числом ударных пар // Проблемы машиностроения и надежности машин. - №6, 2008. - С. 40-51.

ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ ВЫДЕЛЕНИЯ НЕПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ РЕБЕР МУЛЬТИГИПЕРГРАФА

Салпагаров С.И.
РУДН
Москва, Россия

В общем случае известен метод n-арной свертки, который предназначен для объединения элементов множества в некоторые подмножества. В гиперграфе $G=(V,E)$ [1] в качестве таких множеств могут рассматриваться как множество вершин V, $|V|=n$, так и множество ребер E.

Процесс формирования подмножеств данным методом осуществляется следующим образом. До начала свертки в качестве кандидатов на объединение рассматриваются все элементы множества V. На первом шаге выделяют равноценные по значению заданного критерия подмножества множества V. В общем случае подмножества могут состоять из одного, двух или более элементов (вершин). Сформированные подмножества рассматривают как элементы нового множества, по отношению к которому процедура может быть повторена. Включение в состав формируемого подмножества элементов или частей других подмножеств невозможна. Поясним это замечание. Если V_1 и V_2 подмножества, сформированные к некоторому шагу свертки, то возможно получение нового подмножества $K=\{V_1,V_2\}$ и невозможно – $K=\{V_1',V_2'\}$, в котором $V_1'\subset V_1$ и $V_2'\subseteq V_2$ или $V_1'\subseteq V_1$ и $V_2'\subset V_2$. Из изложенного ясно, что этим методом формируются только непересекающиеся подмножества.

При объединении подмножеств (элементов) происходит отсечение других вариантов состава подмножеств. Очевидно, что точность получаемого решения определяется тем, является ли оценка выбора кандидатов на объединение отсекающей, то есть точной, или оценкой выбора перспективного решения. В случае, если эта оценка выбора перспективного решения, то метод может обеспечить лишь получение приближенного решения, т.к. он не предусматривает сохранение и рассмотрение других вариантов состава подмножеств.

Возможны два варианта окончания процесса свертки. При первом процесс заканчивается, когда все элементы множества свернуты в один. С практической точки зрения это требуется, если такое событие означает установление того факта, что множество в целом обладает некоторым определяющим свойством, например, что всё множество вершин гиперграфа является минимальным массивом вершин. В тех случаях, когда на подмножества наложены ограничения (например, количество подмножеств, их элементов, суммарный вес элементов), процесс свертки заканчивается при удовлетворении этих условий. По мере получения подмножеств, для которых выполняются заданные ограничения, эти подмножества исключаются из рассмотрения. Процесс свертки можно наглядно представить в виде дерева, в котором вершины j-го уровня сопоставлены подмножествам, являющимся кандидатами на объединение, а ребра указывают на вхождение двух или более подмножеств в новое подмножество. На нижнем уровне вершины соответствуют элементам исходного множества.

Формирование на каждом шаге свертки из n элементов множества X подмножеств, включающих два, три и т.д. элементов, требует перечисление всех соответствующих сочетаний, вычисления для них значения заданного критерия и выбора оптимальных вариантов. Это в пределе ведет к полному перебору.

Избежать полного перебора позволяет попарное объединение элементов на каждом шаге свертки. Такая модификация называется методом двоичной свертки. Различают два варианта двоичной свертки: уравновешенную и неуравновешенную. При уравновешенной двоичной свертке вновь образованный элемент переходит на следующий уровень дерева, т.е. сформированное подмножество становится элементом нового множества. Свертка на текущем уровне продолжается для оставшихся элементов. Очевидно, что на каждом уровне свертки число элементов вдвое меньше, чем на