## ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ В ЗАДАНИЯХ ФЕДЕРАЛЬНОГО ИНТЕРНЕТ-ЭКЗАМЕНА ПО ДИСЦИПЛИНЕ «МАТЕМАТИКА» (учебное пособие)

Куликова, О.В., Филиппова Е.Г.

*Уральский государственный университет путей сообщения (УрГУПС), Екатеринбург, e-mail: kulikova1000@rambler.ru*

Учебное пособие «Теория множеств в заданиях федерального интернет-экзамена по дисциплине «Математика»» подготовлено к публикации авторским коллективом сотрудников кафедры «Высшая и прикладная математика» Уральского государственного университета путей сообщения (УрГУПС) в составе доцента, канд. пед. наук Ольги Валентиновны Куликовой и аспиранта Елены Геннадьевны Филипповой (рис. 1).

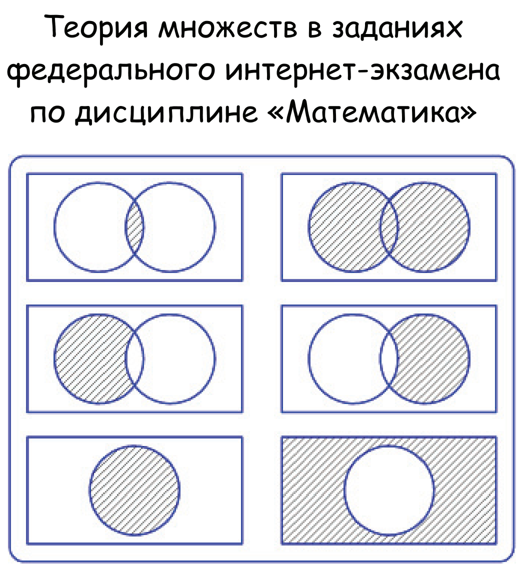


*Рис. 1. Обложка издания*

Содержание пособия соответствует структуре изучения в высшей школе основ теории множеств как одного из разделов дискретной математики, представленной в работах Ю.И. Галушкина, М.М. Глухова, О.А. Козлитина, П.А. Кочеткова, Л.М. Лихтарникова, А.Н. Марьямова, Т.Г. Сукачева В.А. Шапошникова, А.Б. Шишкова и др.

Данное пособие предназначено для студентов технических специальностей или направлений подготовки, обучающихся по программе вузовского курса математики в состав которой входит дидактическая единица «Дискретная математика». Использование пособия ориентировано на организацию самостоятельной работы студентов при подготовке к прохождению федерального интернет-экзамена по дисциплине «Математика».

Содержание работы включает введение и пять частей. Введение кратко знакомит студентов со взглядами таких известных математиков как Б. Больцано, Г. Кантор, Л. Эйлер, Г. Лейбниц, Д. Венн, О. Морган и др. В первой части пособия приводится информация о процедуре оценивания успешности выполнения распределенных по дидактическим единицам системы тестовых заданий, сведения о показателях освоения теоретико-множественных понятий на начальном и базовом уровне и примеры задач.

Во второй части пособия последовательно раскрывается содержание определений таких понятий как множество, кардинальное число множества, подмножество, булеан, декартово произведение, бинарное отношение, отображение. Рассматриваются также способы задания множества и операции над множествами. Исследуется процесс решения сюжетной задачи на объединение и пересечение множеств аналитическим и конструктивным способами. Необходимо отметить, что при подготовке к тестированию, которое охватывает большой объем учебного материала, лучше запоминаются какие-либо сведения, если они определенным способом классифицированы или систематизированы, например, в виде теоретического образа (наглядно-образного представления семантики вербализованных форм научных знаний[1]). Одним из вариантов построения теоретического образа свойств бинарных отношений $R$ в некотором множестве А может выступать квадратная матрица А (рис. 2), элементы которой принимают значение 0 (между двумя элементами не устанавливается отношение $R$) или 1 (между двумя элементами устанавливается отношение $R$). Порядок матрицы А определяется кардинальным числом множества $A$.

В третье части пособия представлена система формул алгебры множеств. Доказательство таких равенств как

$$\mathrm{A} \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$$

$$\mathrm{A} \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C);$$

$$\mathrm{A} \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C);$$

$$\mathrm{A} \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C);$$

$$\mathrm{A} \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C);$$

$$\mathrm{A} \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C);$$

$$\mathrm{A} \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C;$$

$$(A \cup B) \setminus \mathrm{C} = (A \setminus C) \cup (B \setminus C);$$

$$(A \setminus B) \cup \mathrm{C} = (B \cup C) \setminus (A \setminus C)$$

осуществляется с помощью диаграмм Эйлера–Венна, которые группируются в теоретический образ. Учитывая, что в каждой формуле левая часть равнозначна правой целесообразно

[1] Зайнутдинова Л.Х. Создание и применение электронных учебников (на примере общетехнических дисциплин) : монография. – Астрахань : Изд-во «ЦНТЭП», 1999. – 364 с. ISBN 5-89388-027-7.

формировать теоретический образ как систему, состоящую из пяти объектов, каждый из которых – это три взаимно пересекающихся круга, отображающих операции над множествами $A$, $B$ и $C$. Они располагаются в центре и вершинах квадрата (рис. 3).

$$A_{3\times3}=\begin{array}{c|ccc} \le & \underline{2} & \underline{3} & \underline{6}\\ 2&1&1&1\\ 3&0&1&1\\ 6&0&0&1\end{array}$$

**Рефлексивность** бинарного отношения «быть не больше самого себя» ($R$: $a_i \le a_j$) в множестве $A = \{2; 3; 6\}$

$$A_{3'3}=\begin{array}{c|ccc} \ne & \underline{2} & \underline{3} & \underline{6}\\ 2&0&1&1\\ 3&1&0&1\\ 6&1&1&0\end{array}$$

**Антирефлексивность** бинарного отношения «быть не равным самому себе» ($R$: $a_i \ne a_j$) в множестве $A = \{2; 3; 6\}$

$$A_{3'3}=\begin{array}{c|ccc} = & \underline{1} & \underline{3} & \underline{9}\\ 1&1&0&0\\ 3&0&1&0\\ 9&0&0&1\end{array}$$

**Симметричность** бинарного отношения «быть равным самому себе» ($R$: $a_i = a_j$) в множестве $A = \{1; 3; 9\}$

*Рис. 2. Иллюстрация некоторых свойств бинарных отношений*

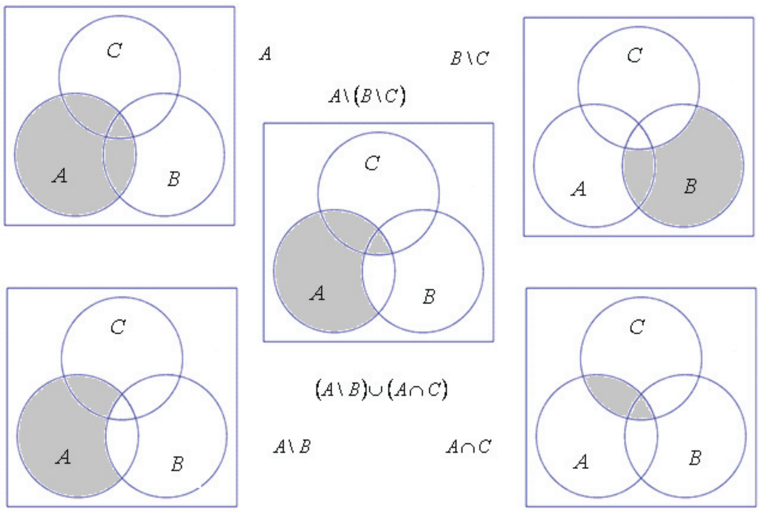


*Рис. 3. Доказательство формулы $A\backslash(B\backslash C) = (A\backslash B) \cup (A \cap C)$*

Три пересекающихся круга, размещенных в центре квадрата – это результат выполнения операций над множествами, к которому приводить выполнение операций, как в левой, так и в правой частях формул. В верхних и нижних углах квадрата располагаются по три пересекающихся круга, которые иллюстрируют последовательность выполнения операций над множествами из левой и правой частей формул соответственно.

Доказательство законов де Моргана и Порецкого также проводится с использованием диаграмм Эйлера–Венна, но конфигурация совокупностей двух пересекающихся кругов имеет другое расположение, отличающееся от квадрата, изображенного на рис. 2.

В четвертую часть пособия включена система тренировочных учебных заданий, к которым прилагаются ответы, а пятая часть – представлена системой заданий для самостоятельной работы. Содержание этих заданий немного отличается от задач четвертой части. Если студент успешно справился с решением тренировочных задач, то он сумеет сопоставить аналогичные задачи и найти правильный путь к ответу.

Система заданий учебного пособия, ориентированная на подготовку к прохождению такого ответственного контрольно-обучающего мероприятия как федеральный интенет-экзамен, успешно дополняет традиционное учебно-методическое сопровождение, необходимое для организации самостоятельной работы студентов. Идея построения теоретических образов свойств бинарных отношений и формул алгебры множеств для обобщения учебного материала по основам теории множеств получила положительную рецензию канд. физ.-мат. наук, доцента, заведующего кафедрой «Прикладная математика» Уральского государственного экономического университета (УрГЭУ) Ю.Б. Мельникова и канд. физ.-мат. наук, доцента кафедры «Высшая и прикладная математика» Уральского государственного университета путей сообщения (УрГУПС) Т.А. Волковой.

## ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ С АНАЛИЗОМ РЕШЕНИЯ УЧЕБНЫХ ЗАДАНИЙ (учебно-методическое пособие)

Куликова, О.В., Филиппова Е.Г.

*Уральский государственный университет путей сообщения (УрГУПС), Екатеринбург, e-mail: kulikova1000@rambler.ru*

Учебно-методическое пособие «Элементы математической логики с анализом решения учебных заданий» подготовлено к публикации авторским коллективом сотрудников кафедры «Высшая и прикладная математика» Уральского государственного университета путей сообщения (УрГУПС) в составе доцента, канд. пед. наук Ольги Валентиновны Куликовой и аспиранта Елены Геннадьевны Филипповой (рис. 1).


*Рис. 1. Обложка издания*

Методическая разработка отображает структуру изучения в высшей школе основ математической логики как одного из разделов дискретной математики, представленной в работах Ю.И. Галушкина, М.М. Глухова, О.А. Козлитина, П.А. Кочеткова, Л.М. Лихтарникова, А.Н. Марьямова, Т.Г. Сукачева В.А. Шапошникова, А.Б. Шишкова и др.

Данное пособие предназначено для студентов, обучающихся на специальностях или направлениях подготовки, ориентированных на ценности гуманитарно-экономического образования, и испытывающих затруднения в понимании преобразований, представленных в знаково-символьной форме. Использовать пособие рекомендуется в процессе подготовки к лекциям, практическим занятиям и зачетным мероприятиям.

Содержание работы включает введение и три части. Введение кратко знакомит студентов с идеями ученых Г. Лейбница, Дж. Буля, О. Моргана, П.С. Порецкого, которые оставили значимый след в истории становления математической логики, берущей свое начало от логики Аристотеля. В первой части пособия последовательно рассматриваются такие логические операции над элементарными высказываниями как конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция и отрицание. Истинность и ложность значений логических связок иллюстрируется с помощью теоретического образа изучаемого материала, то есть построения наглядно-образных представлений семантики вербализованных форм научных знаний[1].

В данной работе теоретический образ логических операций представлен двумя компонентами – графической моделью функциональных зависимостей и таблицей поэлементного анализа логических значений высказываний относительно изображенных взаимосвязей. Например, методика изложения вопроса о дизъюнкции содержит следующие этапы:

1) введение определения и обозначений;

2) составление таблицы истинности для двух элементарных высказываний;

3) анализ теоретического образа логической операции;

4) решение учебных задач. Первый, второй и четвертый этапы – традиционные, а третий – инновационный.

Студентам после прохождения первого и второго этапов предлагается познакомиться с некоторой совокупностью высказываний о расположении графиков экспоненциальной и логарифмической функций на координатной плоскости $Oxy$ (таблица).

Обоснование логических значений дизъюнкции всех комбинаций истинных и ложных элементарных высказываний формирует необходимую систему существенных взаимосвязей. Дополнение аналитической информации графической моделью с изображением ситуаций, относительно которых формулируются высказывания, наглядно убеждает студентов в констатации того или иного значения дизъюнкции (рис. 2).

Во вторую часть пособия входят традиционные задачи и описание приемов использования таблиц истинности и равносильных формул при их решении. Анализируются ситуации, требующие конструирования моделей на языке математической логики, и приводятся примеры пооперационного анализа выполнения равносильных преобразований, сопровождающиеся развернутыми комментариями. Приложение алгебры логики рассматривается в третьей части пособия на примере объяснения функционирования релейно-контактных схем, имеющих широкое распространение в технических устройствах автоматического управления.

---

[1] Зайнутдинова Л.Х. Создание и применение электронных учебников (на примере общетехнических дисциплин) : монография. – Астрахань : Изд-во «ЦНТЭП», 1999. – 364 с. ISBN 5-89388-027-7.