

Обе группы методов позволяют достичь интегрированного результата: знания, умения, навыки, профессиональное мышление и поведение, ценность профессии, социального взаимодействия. По сути же, описываемая технология является эффективным способом и оперативного формирования базы для будущих занятий.

К концу занятия необходимо достичь ситуации, когда красные стикеры по тексту записей во всех тетрадях будут перечеркнуты.

Окончание занятия должно быть сопряжено с рефлексией – работа с цветными стикерами под названием темы. Идеальным будет состояние, когда текст на синем, желтом и зеленом

стикерах будет подчеркнут (то есть ожидания оправдались), а красный – зачеркнут (угрозы устранены).

Окончание занятия должно быть сопряжено с рефлексией, проводимой в два этапа:

1) студенты обозначают самые важные, по их мнению, моменты учебной информации и определяют области их практического применения;

2) далее педагогом проводится рефлексия путем определения «своего результативного поля», т.е. оценка субъективной ситуативной эффективности учебного занятия.

Второй этап вновь предполагает проведение самооценки по критериям «Вложенный труд» и «Удовлетворенность собой» (табл. 2).

Таблица 2

Вербально-числовая шкала самооценки

Категории самооценки	-1 балл	0 баллов	1 балл	2 балла
Вложенный труд	Мешал окружающим	Ничего не делал	Нормальная работа	Отлично поработал
Удовлетворенность собой	Абсолютно неудовлетворен собой	Некоторое недовольство собой	Вполне доволен собой	Очень доволен собой

По результатам оценивания педагог может определить ситуативную эффективность учебного занятия и внести корректировки в свою деятельность.

Применение технологии предъявляет повышенные требования к педагогу: не только знание традиционных методов обучения, но и высокий уровень импровизации, готовности видеть образовательный потенциал учебной ситуации, «вести» ее. Последнее входит в жесткое противоречие с традиционной логикой развития профессионализма: свободное владение педагогическими приемами формируется с опытом работы, который несет к себе угрозу развития профессиональных деформаций и деструкций (например, авторитарность, догматизм, консерватизм). Другим существенным ограничением применения данной технологии является ее высокая эмоциональная затратность для педагога, в связи с чем возможно возникновение желания перейти к использованию запрограммированных педагогических приемов, доказавших свою эффективность.

Сложность педагогической деятельности в данном формате проявляется также в необходимости системного прогнозирования развития учебной ситуации и целевой направленности на достижение желаемого результата. Это в полной мере реализуется только при условии научного осмысления и компиляции комплекса факторов образовательного процесса: ценность учебного предмета и конкретной темы для профессионального развития будущих специалистов; внешние влияющие факторы; психофизиологические факторы; социальные факторы (в том числе – взаимоотношения «студент-студент»; «студент-группа», «студент-педагог», «группа-педагог»). Таким образом, описанная технология является эффективной только при условии высокого уровня педагогической компетентности преподавателя; ее итоговая средняя результативность имеет синергетический ценностно-мотивационный познавательный эффект $73 \pm 3,1\%$ (по выборке из 147 учебных занятий, средняя наполняемость группы $n = 20,1 \pm 1,3$).

Технические науки

РЕАЛИЗАЦИЯ СМЕШАННОГО МКЭ ПРИ РАСЧЕТЕ ПЛОСКО НАГРУЖЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

¹Бандурин Н.Г., ²Гуреева Н.А.

¹Волгоградский государственный архитектурно-строительный университет;

²Волгоградская государственная сельскохозяйственная академия, e-mail: Natalya-gureeva@yandex.ru

При реализации шагового метода нагружения изложен алгоритм формирования матрицы деформирования четырехугольного конечного

элемента, узловыми неизвестными которого приняты приращения перемещений и приращения деформаций.

Для численной реализации алгоритма получен смешанный функционал на основе равенства возможной и действительной работ внешних и внутренних сил на шаге нагружения.

1. **Геометрия оболочки.** Положение точки M^t , отстоящей на расстоянии t от произвольной точки M^0 отсчетной линии s внутреннего контура тонкостенной оболочки, в декартовой системе координат xOz определяется радиусом-вектором

$$\mathbf{R}^t = \mathbf{R} + t\mathbf{a}_3^0, \tag{1}$$

где $\mathbf{R} = x\mathbf{i} + z(\mathbf{x})\mathbf{k}$ – радиус вектор точки M^0 ; $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – орты декартовой системы координат; \mathbf{a}_3^0 – нормаль к срединной поверхности.

Дифференцированием (1) определяются базисные векторы $\{\mathbf{g}^0\}^T = \{\mathbf{g}_1^0 \ \mathbf{g}_3^0\}$ точки M^{0t} и их производные в матричном виде

$$\{\mathbf{g}^0_{,s}\} = [m^t]\{\mathbf{g}^0\}; \quad \{\mathbf{g}^0_{,t}\} = [n^t]\{\mathbf{g}^0\}, \quad (2)$$

где $\{\mathbf{g}_{,i}\} = \{\mathbf{g}_{1,i} \ \mathbf{g}_{3,i}\}$ – вектор-строка производных базисных векторов точки M^{0t} по координатам s .

2. Перемещения и деформации. При реализации шагового нагружения произвольная точка оболочки рассматривается в трех положениях: исходном M^{0t} , деформированном после j шагов нагружения M^t (вектор перемещения \mathbf{V}) и соседнем – после $(j+1)$ -го шага нагружения M^{*t} (вектор перемещения \mathbf{w}).

Положение точки M^t в деформированном состоянии оболочки определяется радиусом-вектором

$$\mathbf{R}^t = \mathbf{R}^{0t} + \mathbf{V}. \quad (3)$$

Вектор перемещения \mathbf{V} представляется компонентами в локальном базисе точки M^{0t} выражением

$$\mathbf{V} = v^1 \mathbf{g}_1^0 + v^3 \mathbf{g}_3^0. \quad (4)$$

Производные вектора (4) с учетом (2) определяются соотношениями

$$\mathbf{V}_{,s} = f_1^1 \mathbf{g}_1^0 + f_1^3 \mathbf{g}_3^0; \quad \mathbf{V}_{,t} = f_3^1 \mathbf{g}_1^0 + f_3^3 \mathbf{g}_3^0, \quad (5)$$

где $f_1^1, f_1^3, f_3^1, f_3^3$ – функции компонент вектора \mathbf{V} и их производных.

Локальный базис точки M^t определяется векторами

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1 &= \mathbf{R}_{,s}^t = \mathbf{g}_1^0 + \mathbf{V}_{,s} = \\ &= (1 + tm'_{21} + f_1^1) \mathbf{g}_1^0 + (tm'_{22} + f_1^3) \mathbf{g}_3^0; \\ \mathbf{g}_3 &= \mathbf{g}_3^0 + \mathbf{V}_{,t} = f_3^1 \mathbf{g}_1^0 + (1 + f_3^3) \mathbf{g}_3^0. \end{aligned} \quad (6)$$

Вектор перемещения \mathbf{w} представляется компонентами в базисе точки M^{0t} выражением

$$\mathbf{w} = w^1 \mathbf{g}_1^0 + w^3 \mathbf{g}_3^0. \quad (7)$$

Производные вектора (7) имеют вид

$$\mathbf{w}_{,s} = \alpha_1^1 \mathbf{a}_1^0 + \alpha_1^3 \mathbf{a}_3^0; \quad \mathbf{w}_{,t} = \alpha_3^1 \mathbf{a}_1^0 + \alpha_3^3 \mathbf{a}_3^0, \quad (8)$$

где $\alpha_1^1, \alpha_1^3, \alpha_3^1, \alpha_3^3$ – функции компонент вектора \mathbf{w} и их производных.

Положение точки M^{*t} определяется радиусом-вектором

$$\mathbf{R}^{*t} = \mathbf{R}^t + \mathbf{w}. \quad (9)$$

Локальный базис точки M^{*t} определяется векторами

$$\mathbf{g}_1^* = \mathbf{g}_1 + \mathbf{w}_{,s}; \quad \mathbf{g}_3^* = \mathbf{g}_3 + \mathbf{w}_{,t}. \quad (10)$$

Выражения приращений деформаций на $(j+1)$ -м шаге нагружения имеют вид [1]

$$\Delta \epsilon_{11} = \mathbf{g}_1 \cdot \mathbf{w}_{,s} + \frac{1}{2} \mathbf{w}_{,s} \cdot \mathbf{w}_{,s} = \Delta \epsilon_{11}^n + \Delta \epsilon_{11}^h;$$

$$\Delta \epsilon_{33} = \mathbf{g}_3 \cdot \mathbf{w}_{,t} + \frac{1}{2} \mathbf{w}_{,t} \cdot \mathbf{w}_{,t} = \Delta \epsilon_{33}^n + \Delta \epsilon_{33}^h;$$

$$\Delta \epsilon_{13} = \frac{1}{2} (\mathbf{g}_1 \cdot \mathbf{w}_{,t} + \mathbf{g}_3 \cdot \mathbf{w}_{,s} + \mathbf{w}_{,t} \cdot \mathbf{w}_{,s}) = \Delta \epsilon_{13}^n + \Delta \epsilon_{13}^h. \quad (11)$$

Линейная и нелинейная части приращений деформаций $\Delta \epsilon_{11}^n, \Delta \epsilon_{33}^n, \Delta \epsilon_{13}^n, \Delta \epsilon_{11}^h, \Delta \epsilon_{33}^h, \Delta \epsilon_{13}^h$ с учетом (13), (9) могут быть представлены в матричной форме

$$\{\Delta \epsilon^n\} = [L] \{w\};$$

$$\{\Delta \epsilon^h\}^T = \{\mathbf{w}_{,s} \cdot \mathbf{w}_{,s} \quad \mathbf{w}_{,t} \cdot \mathbf{w}_{,t} \quad 2\mathbf{w}_{,s} \cdot \mathbf{w}_{,t}\}, \quad (12)$$

$$\text{где} \quad \{\Delta \epsilon\}^T = \{\Delta \epsilon_{11} \quad \Delta \epsilon_{33} \quad 2\Delta \epsilon_{13}\};$$

$$\{w\}^T = \{w^1 \ w^3\};$$

[L] – матрица алгебраических и дифференциальных операторов.

3. Соотношения между деформациями и напряжениями. Связь между ковариантными компонентами тензора деформаций ϵ_{ij} и контравариантными компонентами тензора напряжений σ^{mn} выражается законом Гука [1]

$$\epsilon_{ij} = \sigma^{mn} \left(\frac{1+\mu}{E} g_{im} g_{jn} + \frac{\mu}{E} g_{mn} g_{ij} \right), \quad (13)$$

где E – модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона.

В случае плоского напряженного состояния выражения (13) запишутся в матричном виде

$$\{\epsilon\} = [D] \{\sigma\}; \quad \{\sigma\} = [D]^{-1} \{\epsilon\}, \quad (14)$$

$$\text{где} \quad \{\epsilon\}^T = \{\epsilon_{11} \quad \epsilon_{33} \quad 2\epsilon_{13}\};$$

$$\{\sigma\}^T = \{\sigma^{11} \quad \sigma^{33} \quad \sigma^{13}\}.$$

На $(j+1)$ -м шаге нагружения зависимости между компонентами тензора приращения напряжений и компонентами тензора приращений деформаций записываются аналогично (14)

$$\{\Delta \sigma\} = [D]^{-1} \{\Delta \epsilon\}, \quad (15)$$

$$\text{где} \quad \{\Delta \epsilon\}^T = \{\Delta \epsilon_{11} \quad \Delta \epsilon_{33} \quad 2\Delta \epsilon_{13}\};$$

$$\{\Delta \sigma\}^T = \{\Delta \sigma^{11} \quad \Delta \sigma^{33} \quad \Delta \sigma^{13}\}$$

[D] – матрица податливости материала.

4. Матрица деформирования конечно-го элемента на шаге нагружения. Разработан конечный элемент в виде произвольного четырехугольника с узлами i, j, k, l , узловыми неизвестными которого приняты приращения перемещений и приращения деформаций. Глобальные координаты s, t четырехугольника ап-

проксимируются через узловые значения билинейными соотношениями [2]

$$s = \{f(\xi, \eta)\}^T \{s_y\}; \quad t = \{f(\xi, \eta)\}^T \{t_y\}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \{s_y\}^T &= \{s^i \ s^j \ s^k \ s^l\}; \\ \{t_y\}^T &= \{t^i \ t^j \ t^k \ t^l\}. \end{aligned}$$

Аппроксимацию перемещений внутренней точки конечного элемента через компоненты векторов перемещений узловых точек можно представить в матричном виде [2]

$$\{w\} = \begin{bmatrix} A \\ 2 \times 1 & 2 \times 8 & 8 \times 1 \end{bmatrix} \{u_y\}, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} \{u_y\}^T &= \left\{ \{w_y^1\}^T \ \{w_y^3\}^T \right\}; \\ \{w_y^1\}^T &= \{w^{1i} \ w^{1j} \ w^{1k} \ w^{1l}\}; \\ \{w_y^3\}^T &= \{w^{3i} \ w^{3j} \ w^{3k} \ w^{3l}\}. \end{aligned}$$

Производные компонент (17) определяются выражениями

$$w^1_{,s} = \{f_{,s}\}^T \{w_y^1\}; \quad w^3_{,s} = \{f_{,s}\}^T \{w_y^3\};$$

$$\Pi_L \equiv \int_V \left\{ \{\sigma\}^T + \frac{1}{2} \{\Delta\sigma\}^T \right\} \left[\{\Delta\epsilon^n\} + \{\Delta\epsilon^n\} \right] dV - \int_S \{w\}^T \left[\{p\} + \frac{1}{2} \{\Delta p\} \right] dS = 0, \quad (21)$$

где V – объем деформируемого тела; S – площадь поверхности с заданной внешней нагрузкой; $\{p\}^T = \{p_1 \ p_2\}$; $\{\Delta p\}^T = \{\Delta p_1 \ \Delta p_2\}$ – векторы нагрузок после j -го и $(j+1)$ -го шагов соответственно.

$$\frac{1}{2} \{\Delta\sigma\}^T \{\Delta\epsilon\} = \{\Delta\sigma\}^T [L] \{w\} - \frac{1}{2} \Phi(\sigma) = \{\Delta\epsilon\}^T [D] [L] \{w\} - \frac{1}{2} \{\Delta\epsilon^n\}^T [D] \{\Delta\epsilon^n\}. \quad (22)$$

С учетом (27) функционал (26) примет вид

$$\begin{aligned} \Pi_L \equiv & \int_V \{\Delta\epsilon^n\}^T [D]^{-1} [L] \{w\} dV + \int_V \{\sigma\}^T \{\Delta\epsilon^n\} dV - \frac{1}{2} \int_V \{\Delta\epsilon^n\}^T [D] \{\Delta\epsilon^n\} dV - \\ & - \frac{1}{2} \int_S \{w\}^T \{\Delta p\} dS - \int_S \{w\}^T \{p\} dS + \int_V \{\Delta\epsilon^n\}^T \{\sigma\} dV = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

Функционал (23) с учетом (12), (15) и (19) для отдельного конечного элемента на шаге нагружения принимает вид

$$\begin{aligned} \Pi_{L_y} \equiv & \{\Delta\epsilon\}^T \int_V [G]^T [D]^{-1} [B_y] dV \{u_y\} + \{u_n\}^T [K_y] \{u_y\} - \frac{1}{2} \{\Delta\epsilon\}^T \int_V [G]^T [D]^{-1} [G] dV_y \{\Delta\epsilon\} - \\ & - \frac{1}{2} \{u_y\}^T \int_S [A]^T \{\Delta p\} dS - \{u_y\}^T \int_S [A]^T \{p\} dS + \{u_y\}^T \int_V [B]^T \{\sigma\} dV = 0, \end{aligned} \quad (24)$$

где $[K_n]_{8 \times 8}$ – матрица от нелинейной части приращения деформаций.

Минимизируя функционал (24) по узловым неизвестным $\{\Delta\epsilon_y\}^T$ и $\{u_y\}^T$, получим систему уравнений, которую можно представить в традиционной конечно-элементной форме

$$[k] \{Z_y\} = \{F\}, \quad (25)$$

$$w^1_{,t} = \{f_{,t}\}^T \{w_y^1\}; \quad w^3_{,t} = \{f_{,t}\}^T \{w_y^3\}. \quad (18)$$

С использованием (7), (12), (17) линейные части приращения деформаций на шаге нагружения представляются в матричном виде

$$\{\Delta\epsilon\} = \begin{bmatrix} L \\ 3 \times 1 & 3 \times 2 & 2 \times 8 & 8 \times 1 \end{bmatrix} \{u_y\} = \begin{bmatrix} B \\ 3 \times 8 & 8 \times 1 \end{bmatrix} \{u_y\}. \quad (19)$$

Компоненты тензора приращений деформаций внутренней точки конечного элемента аппроксимируются через компоненты тензора приращений деформаций узловых точек также билинейными соотношениями, которые можно представить в матричном виде

$$\{\Delta\epsilon\} = \begin{bmatrix} G \\ 3 \times 1 & 3 \times 12 & 12 \times 1 \end{bmatrix} \{\Delta\epsilon_y\}, \quad (20)$$

где

$$\begin{aligned} \{\Delta\epsilon_y\}^T &= \{\Delta\epsilon_{11}^i \ \Delta\epsilon_{11}^j \ \Delta\epsilon_{11}^k \ \Delta\epsilon_{11}^l \dots \\ & \dots \ 2\Delta\epsilon_{13}^i \ 2\Delta\epsilon_{13}^j \ 2\Delta\epsilon_{13}^k \ 2\Delta\epsilon_{13}^l \}. \end{aligned}$$

При реализации шаговой процедуры нагружения функционал Лагранжа, выражающий равенство возможных и действительных работ внешних и внутренних сил на шаге нагружения, имеет вид

Заменим выражение действительной работы внутренних сил в (21) разностью их возможной и дополнительной работ

где $[k]_{20 \times 20} = \begin{bmatrix} -[H] [Q] \\ 12 \times 12 & 12 \times 8 \\ [Q]^T [K_n] \\ 8 \times 12 & 8 \times 8 \end{bmatrix}$ – матрица деформирования конечного элемента;

$\{Z_y\}^T = \left\{ \{\Delta\epsilon_y\}^T \ \{u_y\}^T \right\}$ – вектор узловых неизвестных конечного элемента;

$$\{F\}^T = \left\{ \begin{matrix} \{0\}^T \\ \{f\}^T \end{matrix} \right\} \begin{matrix} 1 \times 12 \\ 1 \times 8 \end{matrix} - \text{вектор узловых усилий}$$

конечного элемента на шаге нагружения.

Для формирования матрицы деформирования всей конструкции используется традиционная процедура МКЭ [3].

Пример. Определено напряженно-деформированное состояние круговой арки при следующих исходных данных [4]:

$$R = 338,109 \text{ см}; t = 0,47625 \text{ см}; \nu = 0,2;$$

$$E = 7 \cdot 10^5 \text{ даН/см}^2; b = 2,54 \text{ см} - \text{ширина сечения арки}; \alpha = 0,128^\circ.$$

P , даН	1,779	3,558	5,337	7,117	8,896	9,786	10,676	11,565
v_1 , см	0,03556	0,0762	0,12192	0,17526	0,2413	0,2794	0,32258	0,37592
v_2 , см	0,03486	0,07406	0,11885	0,17107	0,23366	0,2730	0,31173	0,35943

Как видно из таблицы, полученные результаты находятся в удовлетворительном соответствии с данными и [4], что свидетельствует о корректности разработанного алгоритма формирования матрицы деформирования конечного элемента в смешанной формулировке при учете геометрической нелинейности.

Список литературы

1. Седов Л.И. Механика сплошной среды. – т.1. – М.: Наука, 1976. – 536 с.
2. Гуреева Н.А. Решение плоской задачи теории упругости с использованием варианта МКЭ в смешанной формулировке // Изв. вузов. Авиационная техника. – Казань, 2009. – №2. – С. 8-11.
3. Постнов В.А., Хархурим И.Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. – Л.: Судостроение, 1974. – 344 с.
4. Papenhausen V. Eine energiegerechte, incrementelle Formulierung der geometrisch nichtlinearen. Theorie elastischer Kontinua und ihre numerische Behanlung mit Hilfe finiter Eltmente. – Tech.-wiss.Mitt.Jnst.Konstr.Ingenieururban Ruhr-Univ. – Bochum, 1975. – №13. – III. – 133 p.

ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНЫЙ СПОСОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ АКТИВАЦИИ

Беззубцева М.М.

*Санкт-Петербургский государственный аграрный университет, Санкт-Петербург,
e-mail: mysnegana@mail.ru*

Электромагнитные механоактиваторы (ЭММА) представляют новый тип технологического оборудования. Принцип действия ЭММА основан на нетрадиционном способе передачи механической энергии слою размольных элементов с использованием стационарного магнитного поля постоянного тока [1]. Диспергирующее усилие формируется в процессе образования силового взаимодействия между рабочими органами аппарата под действием электромагнитных и механических сил. При прохождении через элементы ЭММА магнитного потока размольные тела организуются в различные структурные построения

Арка рассматривалась как часть цилиндрической оболочки, срединная линия которой описывается уравнением окружности $x^2 + z^2 = R^2$ с центром в начале координат и радиусом R . Ввиду симметрии рассматривалась четвертая часть оболочки (длиной l) при разбивке ее на 8 элементов по длине и на 2 элемента по толщине.

В таблице приведены значения прогиба в центре арки в зависимости от силы P (даН). Символом v_1 (см) обозначены прогибы, полученные на основе разработанного алгоритма формирования матрицы деформирования конечного элемента.

Символом v_2 (см) обозначены перемещения, полученные в [4].

и создают слой, сцепляющий поверхности, ограничивающие объем обработки продукта. При относительном смещении этих поверхностей структурные построения разрушаются и мелочим телам сообщается кинетическая энергия движения в рабочем объеме аппарата. Процесс целенаправленной переориентации размольных элементов в структурных группах сопровождается созданием многоточечных контактных взаимодействий между этими элементами и частицами обрабатываемого продукта. Силовое воздействие проявляется как в виде усилий сжатия, так и ударно-истирающих нагрузок. Способ, положенный в основу построения ЭММА, обеспечивает энергонапряженный характер диспергирующих сил, легко поддается автоматизации, требует малых затрат мощности, что соответствует современным требованиям организации процесса тонкого и сверхтонкого диспергирования и механической активации продуктов различного целевого назначения в сельскохозяйственной, пищевой, химической и других отраслях промышленности [1, 2].

По этому принципу созданы нетрадиционные типы устройств для перемешивания, конширования, микробиологического синтеза, полирования, а также ряд приборов для контроля качества отработанных в машиностроении жидкостей и измельченных продуктов (по содержанию металлических примесей) [3, 4, 5].

Способ формирования измельчающего усилия с использованием постоянного электромагнитного поля реализован в различном конструктивном оформлении ЭММА. Выбор конструктивной формы зависит от физико-химических свойств обрабатываемого материала и технологических требований, предъявляемых к качеству готового продукта по степени измельчения и распределению его гранулометрического состава.

ЭММА отличаются друг от друга конструкцией и материалом магнитопровода, количе-