«Инновационные направления в педагогическом образовании», Индия (Гоа), 15–26 февраля 2013 г.

Педагогические науки

ОСОБЕННОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ РАБОТЫ С ДЕТЬМИ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

[1]Мамедова Л.В., [2]Золотарь О.Н.

[1]Технический институт (филиал) ГАОУ ВПО «Северо-восточный федеральный университет им. М.К. Аммосова», Нерюнгри, e-mail: larisamamedova@yandex.ru;
[2]Муниципальное бюджетное специальное коррекционное образовательное учреждение для обучающихся, воспитанников с ограниченными возможностями здоровья Специальная (коррекционная) начальная школа-детский сад № 2

Приоритетом в образовательно-воспитательном процессе является создание условий для формирования психического здоровья и эмоционально-нравственного воспитания детей дошкольного возраста, а особенно детей с ограниченными возможностями здоровья. Мы согласны со многими исследователями и практиками, что это является значимым, так как развитие личности, способной к сочувствию, сопереживанию, восприятию эмоциональных проявлений других людей обеспечивает успешную адаптацию в современном социокультурном пространстве.

У детей, имеющих поражение ЦНС, встречаются ярко выраженные нарушения как в эмоционально-волевой сфере, так и в познавательной деятельности. Детям трудно соблюдать правила поведения в обществе, они испытывают трудности в организации произвольной деятельности, их отличает повышенная возбудимость утомляемость, снижение работоспособности, они склонны к резкой смене настроения, гиперактивные, с отсутствием активного и устойчивого внимания.

Следовательно, дошкольник, научившийся сочувствовать и помогать людям, проявлять терпение и эмпатию, сможет более успешно адаптироваться к реалиям жизни.

Вся система нашей коррекционной психолого-педагогической работы, проводимой на базе МБС (К) ОУС (К) НШ-ДС № 2, была направлена на то, чтобы реабилитировать и социально адаптировать ребенка к реалиям окружающего мира, сделать его полноправным и активным членом общества, который наравне со всеми может включиться в полноценную жизнь и приносить пользу обществу.

Для развития эмоциональной экспрессии, ее механизмов: невербальных и вербальных, а также формирования основ выразительности внешних эмоциональных проявлений проводили с детьми эмоционально-экспрессивные игры: «Кошка и котята», «Передай движениями», «Добра желаний – добро наживай!», развивающие игры, направленные на эмоционально-личностное развитие: «Я и мои друзья», «Я люблю…», «Настроение», «Солнечные зайчики», «Дотронься до…», «На что похоже настроение».

Организуя театрализованную деятельность детей, мы использовали разнообразные методы и приемы:

1) беседы с детьми по прочитанным художественным произведениям с анализом ситуаций;

2) внесение литературного материала эмпатийного содержания для самостоятельных инсценировок дошкольников;

3) подбор фотографий, иллюстраций литературных и сказочных персонажей с целью совместного оформления книги добрых поступков;

4) драматизации с объединением детей в ролевые творческие группы;

5) игры-этюды на основе сюжетов художественной литературы;

7) организация игр и упражнений, направленных на знакомство с эмоциями человека, осознание своих эмоций, а также на распознавание эмоциональных реакций у других людей; на развитие у детей навыков совместной деятельности, чувства общности, понимания индивидуальных особенностей других людей, формирования доброжелательного отношения к людям и т.д.

В результате проведенной нами работы отмечается положительная динамика в формировании эмпатии у детей старшего дошкольного возраста. У детей сформировалась способность понимать другого, сочувствие их переживаниям, активность в поиске способов помочь им, а также дети в доступной им форме стали выражать внимание к своим сверстникам и т.д.

Физико-математические науки

УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА С КОЛЕБАТЕЛЬНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Мухамбетова А.А.

Актюбинский государственный педагогический институт, Актобе, e-mail: amina-15@mail.ru

Основы теории устойчивости решений систем дифференциальных уравнений заложены в известной основополагающей работе Ляпунова А.М. Один из фундаментальных результатов этой работы, названный в литературе интегральным признаком Ляпунова [1], касается устойчивости линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами. Этот признак не имеет аналога в квазипериодическом случае. В данной заметке он обобщается на многопериодический случай для линейных *D*-уравнений второго порядка. Для этого используются ранее введенные понятия и методы исследования [2, 3] Путем перехода на главную диагональ пространства независимых переменных, получены соответствующие результаты для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с квазипериодическими коэффициентами. При этом опираемся на теорему о существовании действительных гладких ветвей логарифма функциональных матриц, определенных на многомерном торе [4].

1. Постановка задачи. Рассмотрим следующее линейное уравнение

$$D^2 x = p\,(t,\phi,\psi)\,x \tag{1}$$

с дифференциальным оператором

$$D=\frac{\partial}{\partial t}+\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial}{\partial \phi_k},$$

где $D^2 x=D(Dx),\ t\in(-\infty,+\infty)=R, \phi=(\phi_1,...,\phi_m)\in R\times...\times R^m, \psi=\phi-et-$ характеристика оператора D, $e=(1,...,1)-m-$ вектор, $p\,(t,\phi,\psi)-$ заданная функция, обладающая свойствами периодичности и гладкости вида

$$\eth\,(t+\theta,\phi+k\,\omega,\psi+k\,\omega)\equiv \eth\,(t,\phi,\psi)\in C^{(0,1,1)}_{t,\phi,\psi}\,(R\times R^m\times R^m),\forall\,k\in Z^m, \tag{2}$$

$\theta,\omega_1,...,\omega_m$ – рационально несоизмеримые периоды, $k\,\omega=(k_1\omega_1,...,k_m\omega_m)$ – кратный вектор-период.

Заметим, что зависимость коэффициента $p(t,\phi,\psi\,)=p\,(t,\phi,\phi-et)$ от переменной t, вообще говоря, не обладает свойством периодичности, хотя $p\,(t,\phi,\psi)$ вдоль диагонали $\phi=et$ переходит в квазипериодическую функцию.

Уравнение (1) можно представить в виде эквивалентной системы

$$D\,z=P\,(t,\phi,\psi)\,z, \tag{3}$$

где $z=(z_1,z_2)$, причем

$z_1=x, z_2=D\,x,\ P\,(t,\phi,\psi)-$ матрица вида

$$P\,(t,\phi,\psi)=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -p\,(t,\phi,\psi) & 0\end{bmatrix},$$

которая в силу (2) обладает свойствами

$$P\,(t+\theta,\phi+k\,\omega,\psi+k\,\omega)\equiv P\,(t,\phi,\psi)\in C^{(0,1,1)}_{t,\phi,\psi}\,(R\times R^m\times R^m),\forall\,k\in Z^m, \tag{4}$$

Введем функциональное пространство $U\omega$ периодических и непрерывно дифференцируемых при $\phi\in R^m$ вектор – функций

$$u\,(\phi)=(u_1(\phi),u_2(\phi))$$

с нормой, определяемой супремумом модуля:

$$U=\left\{u\,(\phi):u\,(\phi+k\,\omega)=u\,(\phi)\in C^{(1)}_{\phi}\,(R^m),\forall\,k\in Z^m;\ \|u\|=\sup_{R^m}|u\,(\phi)|\right\}, \tag{5}$$

где $|u|=\sqrt{u_1^{\,2}+u_2^2}$.

При условии (4) для каждой $u\,(\phi)\in U$ система (3) допускает единственное решение $z=z\,(t,\phi,\psi,u\,(\psi))$, удовлетворяющее начальному условию $z\big|_{t=0}=u\,(\phi)$, причем это решение при каждом значении t принадлежит пространству U. Здесь ограничимся рассмотрением решений системы (3) с начальными данными из функционального пространства (5).

Решение $z^*=z\,(t,\phi,\psi,u^*(\psi))$ системы (3) назовем устойчивым, если для $\forall\,\varepsilon>0$ можно указать такое $\delta=\delta(\varepsilon)>0$, что

$$\left|z\,(t,\phi,\psi,u\,(\psi))-z\,(t,\phi,\psi,u^*(\psi))\right|_t=\sup_{\psi\in R^m}\left|z\,(t,et+\psi,\psi,u\,(\psi))-z\,(t,et+\psi,\psi,\,u^*(\psi)\right|<\varepsilon$$

при $t \ge 0$ как только $\left\| u(\phi) - u^*(\phi) \right\| < \delta$.

Поставим задачу об исследовании устойчивости нулевого решения системы (3) при условии (4) на основе обобщения на случай *D*-уравнений интегрального признака Ляпунова для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка с периодическими коэффициентами.

2. Обобщение постоянной Ляпунова на D-системы и теорема об устойчивости.

Пусть $X(\theta, \psi, \psi)$ – матрицант системы (3). Следовательно, в силу (4) имеем свойства:

$$DX(t,\phi,\psi) = P(t,\phi,\psi)X(t,\phi,\psi), X(0,\phi,\phi) = E,$$
$$X(t,\phi + k\omega, \psi + k\omega) = X(t,\phi,\psi) \in C^{(1,1,1)}_{t,\phi,\psi}(R \times R^m \times R^m), \forall k \in Z^m,$$

$$X(t+\theta,\phi,\psi) = X(t,\phi,\psi) \cdot X(\theta,\psi,\psi), \tag{6}$$

где *E* – двумерная единичная матрица, матрица $X(t,\phi,\psi)$ называется матрицей монодромии системы (3), а собственные значения $\rho = \rho(\psi)$, определяемые уравнением

$$\det[X(\theta,\psi,\psi) - \rho E] = 0 \tag{7}$$

называются её мультипликаторами.

Очевидно, что матрицант $X(t,\phi,\psi)$ представляется в виде

$$X(t,\phi,\psi) = \begin{bmatrix} \xi(t,\phi,\psi) & \eta(t,\phi,\psi) \\ D\xi(t,\phi,\psi) & D\eta(t,\phi,\psi) \end{bmatrix}, \tag{8}$$

где $\xi(t,\phi,\psi)$ и $\eta(t,\phi,\psi)$ линейно независимые решения уравнения (1), удовлетворяющие условиям $\xi(0,\phi,\phi) = 1, D\xi(0,\phi,\phi) = 0$ и $\eta(0,\phi,\phi) = 0, D\eta(0,\phi,\phi) = 1$.

Следуя Ляпунову, решения $\xi(t,\ \phi,\psi)$ и $\eta(t,\phi,\psi)$ получим в виде сходящихся рядов:

$$\xi(t,\phi,\psi) = 1 - \int_0^t (t-t_1)\, p(t_1,\psi + et_1,\psi)d\,t_1 + $$
$$+\int_0^t (t-t_1)p(t_1,\psi+et_1,\psi)\,dt_1 \int_0^{t_1}(t_1-t_2)\,p(t_2,\psi+et_2,\psi)dt_2 - ... \tag{9}$$

$$\eta(t,\phi,\psi) = t - \int_0^t (t-t_1)\,p(t_1,\psi+et_1,\psi)t_1 dt_1 +$$
$$+\int_0^t (t-t_1)\,p(t_1,\psi+et_1,\psi)dt_1\int_0^{t_1}(t_1-t_2)\,p(t_2,\psi+et_2,\psi)\cdot t_2 dt_2 - ... \tag{10}$$

Учитывая, что $Sp\,P(t,\phi,\psi) = 0$ имеем

$$\det X(\theta) = \det X(0,\phi,\phi)\exp\left[\int_0^\theta Sp\,P(s,\psi+es,\psi)ds\right] = 1 \tag{11}$$

Тогда в силу соотношений (8)–(11) из уравнения (7) получим

$$\rho^2 - a\rho + 1 = 0, \tag{12}$$

где $a = a(\psi)$ – функция, определяемая соотношением

$$a(\psi) = \xi(\theta,\psi,\psi) + D\eta(\theta,\psi,\psi) = S\rho\, X(\theta,\psi,\psi) \tag{13}$$

является аналогом константы Ляпунова для *D*-систем.

Из (10) имеем

$$D\eta(t,\phi,\psi) = 1 - \int_0^t t_1 p(t_1,\psi+et_1,\psi)dt_1 + \int_0^t p(t_1,\psi+et_1,\psi)dt_1\int_0^{t_1}(t_1-t_2)t_2\,p(t_2,\psi+et_2,\psi)dt_2 -$$

$$-\int_0^{t_1} p(t_1,\psi+et_1,\psi)dt_1\int_0^{t_1}(t_1-t_2)\,p(t_2,\psi+et_2,\psi)dt_2\int_0^{t_2}(t_2-t_3)t_3 p(t_3,\psi+et_3,\psi)dt_3+\ldots \qquad (14)$$

Следовательно, на основе (9) и (14) из(13) получим постоянную на диагонали функцию Ляпунова в виде

$$a(\psi)=2-\theta\int_0^{\theta} p(t_1,\psi+et_1,\psi)dt_1+\int_0^{\theta}dt_1\int_0^{t_1}dt_2(\theta-t_1+t_2)(t_1-t_2)\,p(t_1,\psi+et_1,\psi)\,p(t_2,\psi+et_2,\psi)-$$

$$-\int_0^{\theta}dt_1\int_0^{t_1}dt_2\int_0^{t_2}dt_3(\theta-t_1+t_3)(t_1-t_2)(t_2-t_3)\,p(t_1,\psi+et_1,\psi)\,p(t_2,\psi+ \qquad (15)$$

$$+et_2,\psi)\,p(t_3,\psi+et_3,\psi)+\ldots$$

Из уравнения (12) определим

$$\rho_{1,2}=\frac{1}{2}(a\pm\sqrt{a^2-4})$$

Так как функция $a(\psi)$ в силу (2) является ω-периодической, то возможны три случая:

1) $m=\min|a(\psi)|>2$,

2) $M=\max|a(\psi)|<2$ и

3) $m\le 2\le M$.

Если $m>2$, то уравнение (12) имеет два действительных корня $\rho_1(\psi)$ и $\rho_2(\psi)$, один из которых по модулю меньше единицы, а другой – больше. Спектр матрицы монодромии в данном случае не охватывает нуля и существует действительная гладкая многопериодическая ветвь логарифма матрицы монодромии [4]. Если $M<2$, то мультипликаторы $\rho_1(\psi)$ и $\rho_2(\psi)$ комплекснозначные ω – периодические функции по модулю равные единице, причём $\rho_1(\psi)\ne\rho_2(\psi)$. Следовательно, их области изменения являют ся непересекающимися замкнутыми дугами единичной окружности комплексной плоскости. При $M<2$ спектр матрицы монодромии также не охватывает нуля и её логарифм имеет действительную ветвь. Случай $m\le 2\le M$ требует дальнейшего изучения, на котором останавливаться здесь не будем.

В силу эквивалентности уравнения (1) и системы (3) это обстоятельство остаётся справедливым и для уравнения (1).

Справедливы следующие теоремы:

Теорема 1. При выполнении условия (2) *D-уравнение (1) устойчиво, если наибольшее значение M* модуля функции $a(\psi)$, *определяемое соотношением (15), меньше 2* и неустойчиво, если наименьшее значение её модуля больше 2.

Теорема 2. Пусть $p(t,\phi,\psi)\le 0$ и тождественно не равен нулю. Тогда при условии (2) *D-уравнение (1) неустойчиво, причём мультипликаторы положительные* и один из них больше единицы, а другой – меньше.

Теорема 3. Пусть $p(t,\phi,\psi)\ge 0$ *и* тождественно не равно нулю. *Тогда при выполнении условий (2)* и

$$0<I(\psi)=\theta\int_0^{\theta} p(\tau,\psi+e\tau,\psi)d\tau\le 4. \qquad (18)$$

уравнение (1) устойчиво.

Теорема 3 является обобщением интегрального признака устойчивости Ляпунова на случай уравнений с многомерным временем.

Учитывая, что периодические функции $x(t,\phi,\psi)$ и функции D^2x, полученные путем двукратного применения к ним оператора D при $\phi=et$ обращаются, соответственно, в квазипериодические функции $\xi(t)$ и их производные $\frac{d^2}{dt^2}\xi(t)$, из уравнения (1) получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d^2\xi}{dt^2}=q(t)\xi \qquad (1')$$

с квазипериодическим по Бору коэффициентом $q(t)=p(t,et,0)$.

Тогда для уравнения (1') получим следующие следствия теорем 1–3:

Следствие 1. При условиях теоремы (1) уравнение *(1') устойчиво при* $M<2$ и неустойчиво при $m>2$, *где M, m* – наибольшее и наименьшее значения функции – аналога постоянной Ляпунова для уравнения (1).

Следствие 2. При условиях теоремы 2 уравнение *(1') неустойчиво.*

Следствие 3. При условиях теоремы 3 уравнение *(1')* устойчиво.

Доказательства этих следствий получим из теорем 1–3 при $\phi=et$.

Список литературы

1. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Наука, 1967. –472 с.

2. Мухамбетова А.А., Сартабанов Ж.А. Об ограниченности решений линейных D-уравнений второго порядка с многопериодическим потенциалом //Математический журнал. – Алматы, 2003. – Т. 3. – № 1 (7). – С. 68–73.

3. Мухамбетова А.А. Об устойчивости линейных дифференциальных уравнений второго порядка с периодическими по многомерному времени коэффициентами// Материалы международной научной конференции им. академика М. Кравчука. – Киев, 2004. – С. 187.

4. Самойленко А.М. // Элементы математической теории многочисленных колебаний. М.: Наука, 1987. – 304 с.