МЕТОДЫ И ПРИМЕРЫ СТАТИСТИЧЕСКИХ ОЦЕНОК ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ (учебное пособия)

Трофименко С.В.

Технический институт, филиал Северо-Восточного федерального университета, Нерюнгри, e-mail: trofimenko_sergei@mail.ru

Целью данного учебного пособия является ознакомление студентов методам обобщенного анализа временных рядов для построения адекватных математических моделей.

Предлагаемые методы исследования: математические методы в области теории статистического анализа, гармонического анализа, методы анализа и прогнозирования временных рядов, табличные и графические методы представления результатов исследования.

Математическую модель можно построить, используя два типа исходных данных: данные, характеризующие совокупность различных объектов в определенный момент (период) времени и данные, характеризующие один объект за ряд последовательных моментов (периодов) времени. Модели, построенные по данным первого типа, называются пространственными моделями. Модели, построенные по данным второго типа, называются моделями временных рядов.

Возможности прогнозирования временных рядов имеет прикладное значение во многих областях естествознания, в частности, в области геофизики и сейсмологии, на примерах которых построено данное учебное пособие.

Одной из причин неопределенностей интерпретации результатов временных измерений является то, что разные статистические методы в комплексе дают различные результаты прогноза. Фактически, это может означать, что специалисты предметной области, используя математические методы прогнозирования временных рядов, применяют зачастую не обоснованные строгими критериями построения прогнозных функций.

В первую очередь это связано с ограниченностью ряда временных инструментальных наблюдений, когда периоды детерминированных составляющих ряда намного превосходят длительность реализаций. На практике приводит к тому, что вместо длиннопериодных компонентов ряда строятся трендовые линейные модели.

Во-вторых, наличие в исходных данных аномальных разнородных процессов в статистическом смысле, не позволяет в полном объёме реализовать возможности математических методов моделирования стохастических систем, так как на практике проверяется зачастую только гипотеза о нормальном распределении. Это приводит к тому, что не удаётся даже определить типы составляющих параметров модели исходного процесса: аддитивный, мультипликативный или комбинированный и, в конечном итоге, к потере точности и не адекватности модели. В этих условиях необходимо проводить множественные статистические оценки, усложняющие математическую модель, что вызывает недоверие у специалистов предметной области.

В-третьих, аномалии реальных явлений могут быть обусловлены полигармоническими волновыми (или циклическими) процессами, что указывает на необходимость построения строгой математической модели периодических сигналов и их выделения из общей структуры временного ряда. В частности, решения задачи изучения спектра и вида помех, пространственной их неоднородности и временных периодов проявления.

В-четвертых, реальные процессы осложнены спорадическими вариациями (выбросами) не известной природы. Применение корреляционного анализа для установления тесноты взаимосвязи разнородных явлений без проверки статистической значимости аномальных уровней ряда может привести (и, как правило, приводит) к не обоснованным выводам о причинах природных явлений. Тем не менее, именно корреляционный анализ в практике натурных временных экспериментов выступает приоритетным методом статистического анализа, не смотря на статистическую не обоснованность каждого из аномальных компонент сравниваемых временных рядов.

Временной ряд – это совокупность значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов (периодов) времени. Каждый уровень временного ряда формируется под воздействием большого числа факторов, которые условно можно подразделить на три группы: факторы, формирующие тенденцию ряда; факторы, формирующие циклические колебания ряда и случайные факторы. При различных сочетаниях этих факторов зависимость уровней ряда от времени может принимать разные формы. Во-первых, большинство временных рядов имеют тенденцию, характеризующую совокупное долговременное воздействие множества факторов на динамику изучаемого показателя. По всей видимости, эти факторы, взятые в отдельности, могут оказывать разнонаправленное воздействие на исследуемый показатель. Однако в совокупности они формируют его возрастающую или убывающую тенденцию. Во-вторых, изучаемый показатель может быть подвержен циклическим колебаниям. Эти колебания могут содержать компоненты различных периодов в зависимости от характера внешнего возмущающего воздействия. В-третьих, возможно появление аномалий, связанных со структурой помех и образующихся в виде суммы среднего уровня ряда и некоторой функции случайной компоненты.

Очевидно, что реальные данные не соответствуют полностью ни одной из описанных выше моделей. Чаще всего они содержат все три компоненты. Каждый их уровень формируется под воздействием тенденции, циклических колебаний и функции случайной компоненты, который можно представить в виде суммы или произведения их составляющих.

Решение любой задачи по анализу и прогнозированию временных рядов начинается с построения графика исследуемого показателя, тем более, что современные программные средства предоставляют пользователю большие возможности для этого. Не всегда при этом четко прослеживается присутствие тренда во временном ряду. В этих случаях прежде, чем перейти к определению тенденции и выделению тренда, нужно выяснить, существует ли вообще тенденция в исследуемом процессе.

Учебное пособие составлено по материалам личных исследований, многолетней практики ведения специального курса «Лаборатория специализации» для студентов математических специальностей, а также, лучших научно-исследовательских работ, выполненных под руководством автора.

Предназначено для студентов математических и нематематических специальностей по направлениям подготовки специалистов, бакалавров и магистров, а также, для аспирантов и исследователей, занимающихся обработкой временных рядов в различных областях естествознания.

Рекомендовано Дальневосточным региональным учебно-методическим центром (ДВ РУМЦ) в качестве учебного пособия для студентов направления подготовки бакалавров 010.400.62 «Прикладная математика и информатика» вузов региона.

Исходные данные. С.В. Трофименко Методы и примеры статистических оценок временных рядов: Учебное пособие. – Изд-во Технического института (ф) СВФУ, 2012. – 81 с. ISBN 978-5-91243-059-6.

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Трофименко С.В.

Технический институт, филиал Северо-Восточного федерального университета, Нерюнгри,
e-mail: trofimenko_sergei@mail.ru

Цель учебного пособия дать общие представления о физических процессах, математическими моделями которых являются дифференциальные уравнения в частных производных (УЧП). Вследствие чего, в данном учебном пособии рассматриваются задачи математической физики, приводящие к уравнениям с частными производными первого и второго порядков, и описываются методы их решения. Изучение каждого типа уравнений начинается с простейших физических задач, приводящих к уравнениям рассматриваемого типа.

Круг вопросов математической физики тесно связан с изучением различных физических процессов. К таким процессам относятся явления, изучаемые в гидродинамике, теории упругости, электродинамике и т.д. Возникающие при этом математические задачи содержат много общих элементов и составляют предмет математической физики.

Изучением дифференциальных уравнений в частных производных занимается математическая физика. Основы теории этих уравнений впервые были изложены в знаменитом «Интегральном исчислении» Л. Эйлера.

В данном учебном пособии для обучения предлагаются методы решения задач УЧП с приложениями к задачам математической физики. Классические уравнения математической физики являются линейными. Особенность линейных уравнений состоит в том, что если U и V – два решения, то функция $\alpha U + \beta V$ при любых постоянных α и β снова является решением. Это обстоятельство позволяет построить общее решение линейного дифференциального уравнения из фиксированного набора его элементарных решений и упрощает теорию этих уравнений.

Классические задачи математической физики в линейной постановке рассмотрены на примерах вывода уравнений колебания одномерной струны, распространения тепла в одномерном стержне, распространении тепла в неравномерно нагретом твердом теле, распространения тепла в трехмерном пространстве. Этот базовый набор задач имеет важное мировоззренческое значение и показывает место дисциплины «Уравнения математической физики» в общей структуре математических дисциплин.

Современная общая теория дифференциальных уравнений занимается не только линейными уравнениями, но и специальными классами нелинейных уравнений. Основным методом решения нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных выступает численное интегрирование.

Методы решения нелинейных уравнений, допускающих полное интегрирование, изложены на примерах нелинейного уравнения Шредингера и колебаниях математического маятника для уравнения Синус-Гордона. Простейшие нелинейные математические модели уравнение синус-Гордона использовали в таких физических явлениях и процессах, как распространение импульсов в двухуровневых резонансных средах, поведение блоховских стенок в ферромагнитных кристаллах, движение дислокаций, в теории джозефсоновских переходов. В конечном итоге, был установлен универсальный характер этого уравнения в современной теории нелинейных волн.

Приведение нелинейных задач математической физики к уравнению синус-Гордона связано