УДК 624.131+539.215

ЗАДАЧИ КОНСОЛИДАЦИИ ЗЕМЛЯНЫХ МАСС, РЕШАЕМЫЕ В ФУНКЦИЯХ БЕССЕЛЯ

[1]Дасибеков А., [1]Юнусов А.А., [2]Юнусова А.А., [1]Айашова А.

[1]Южно-казахстанский государственный университет имени М.Ауэзова, Шымкент, Республика Казахстан), e-mail Yunusov1951@mail.ru;

[2]Казахская академия труда и социальных отношений, Алматы, Республика Казахстан

Данная работа посвящена различным решениям одномерной задачи уплотнения неоднородных грунтов, обладающих упругим свойством. Эти решения получены в виде комбинации Бесселевых функции. Здесь часть нагрузки, равная величине структурной прочности сжатия, сразу же воспринимается скелетом грунта. Кроме того, уплотняемый грунт по своей структуре неоднороден. Причем свойство неоднородности грунтового основания учитывается через его модуль деформации, который изменяется по глубине в виде степенной или экспоненциальной функции. Для изучения процесса уплотнения грунтового массива в такой постановке под действием различных внешних сил получен ряд расчетных формул. При помощи этих выражений можно определить давление в поровой жидкости, напряжение в скелете неоднородного уплотняемого грунта и вертикальные перемещения точек верхней поверхности земляного массива для любого момента времени

Ключевые слов: Процесс ,уплотнения, грунт, диформация, давления, граничные условия, упругоползучих, функции, фильтрации, уравнения

CONSOLIDATION TASKS OF EARTH MASSES SOLVING IN BESSEL FUNCTIONS

[1]Dasibekov A., [1]Yunusov A.A., [2]Yunusova A.A., [1]Aiashova A.

[1]M.Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent city, Kazakhstan, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;

[2]Kazakh academy of work and social relations, Almaty street, Kazakhstan

This work dedicated to the different decisions of dimensional problem of heterogeneous soil sealing, having elastic properties. These solutions are obtained as a combination of Bessel functions. Here part of the load equal to the amount of structural strength compression, immediately perceived by soil skeleton. In addition, sealable soil is heterogeneous in their structure. Moreover property heterogeneity of soil foundation considered through its modulus deformation, which is changed with depth in the form of a power or exponential function. For studing the compaction process of the soil mass in this formulation received a number of calculation formulas under the influence of various external forces. With the help of these expressions can be determined fluid in the pore pressure, stress in the skeleton of the inhomogeneous compacted soil and vertical displacements of the points of the upper surface of earth array for any time.

Keywords: process, sealing, soil, deformation, pressure, boundary conditions, elastically creeping, functions, filtering, equation

Разработка вопросов уплотнения имеет весьма большое значение в механике грунтов и ее приложениях к гидросооружениям. В частности, при исследованиях уплотнений ядер или экранов высоких плотин смешанного типа, выполняемых из связного грунта, изучение вопросов устойчивости откосов земляных сооружений или оснований крупнейших промышленно - гражданских, гидротехнических и мелиоративных сооружений при нестабилизированном состоянии грунта и т.п. При этом верхняя часть земной коры обычно характеризуется высокой степенью неоднородности слагающих ее грунтов и пород. Это обусловлено достаточно сложным геолого-тектоническим строением пород, на которых строится тот или иной строительный объект. Не учет неоднородностей геологического строения верхней части земной коры может привести в будущем к повреждениям инженерных сооружений, вследствие осадки, развития в основании фундаментов. Обычно неоднородность грунта определяется через его гранулометрический (зерновой) состав. А гранулометрический состав грунта следует определять по весовому содержанию в нем частиц различной крупности, выраженному в процентах по отношению к весу сухой пробы грунта, взятой для анализа. В то же время теоретические и экспериментальные исследования Г.К.Клейна [4] показывают, что в большинстве случаев такое свойство грунта можно представить в виде:

$$E = E_m z^m, \qquad (1)$$

где E_m – модуль деформации на глубине z=1; m – показатель неоднородности основания, который связан с коэффициентом Пуассона μ_0 зависимостью $\mu_0(2+m)=1$. Выражение (1), в более общей форме для исследования процесса уплотнения неоднородных грунтов можно принят в виде следующей функции:

$$E = E_m(1+\beta z)^m \quad (\alpha > 0,\ \ E_m > 0,\ \ \alpha + \beta z > 0), \tag{2}$$

где E_m, β, m являются опытными параметрами. Параметры E_m, β, m, входящие в (2), могут быть определены, если известны три значения модуля деформации E_1, E_2, E_3 для трех различных значений z_1, z_2, z_3

Попов Г.Я. в своей работе [5] за функцию (1) предлагает выражение вида

$$E = E_0 e^{\alpha z} \quad (0 < \alpha < 1). \tag{3}$$

Здесь E_0, α – опытные данные.

Как известно, что грунт – это минерально-дисперсное тело и обладает определенной пористостью. Здесь при оценке сжимаемости грунтов важно выяснить зависимость между изменениями внешней нагрузки и изменением коэффициента пористости грунтов. Если неоднородная грунтовая среда обладает упругим свойством, то зависимость между коэффициентом пористости и суммой главных напряжений, имеет вид:

$$\varepsilon(M,t) = \varepsilon(\tau_1) - \frac{a(M,t)}{1+(n-1)\xi}\theta(M,t), \tag{4}$$

где

$$\theta(M,t) = \theta^*(M) - n\left[p(M,t) - p^*(M)\right]; \tag{5}$$

$\varepsilon(M,t)$ - коэффициент пористости для исследуемого момента времени t и глубины z; $a(M,t)$- зависит от координаты z, т.е. от глубины расположения исследуемой точки уплотняемого грунтового массива. Эта величина может также зависит, и от величины t; $\theta^*(M), p^*(M)$- сумма главных напряжений и порового давления для стабилизированного состояния грунтового массива; ε_1- начальный коэффициент пористости; $\theta(M,t)$ - сумма главных напряжений; ξ - коэффициент бокового давления; M – исследуемая точка уплотняемого грунтового неоднородного массива, зависящая от x, y, z. При этом скорость изменения функции (4) для двухфазной среды, согласно [3] имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t}\varepsilon(M,t) = \nabla^2 p(M,t)\cdot\gamma_b^{-1}\left(1+\varepsilon_{cp}\right), \tag{6}$$

где $\nabla^2, p(M,t), \gamma_b, \varepsilon_{cp}$ - соответственно определяют оператор Лапласа, значения порового давления в жидкости, объемного веса воды и среднего коэффициента пористости.

Выражение (6) при (4) и (5) приводится к виду:

$$\frac{\partial p(M,t)}{\partial t} + \frac{\dfrac{\partial a(M,t)}{\partial t}}{a(M,t)} = \frac{k\left(1+\varepsilon_{\text{ср}}\right)\left[1+(n-1)\xi\right]}{\gamma_{\text{b}} a(M,t) n}\nabla^2 p(M,t) + \frac{\dfrac{\partial a(M,t)}{\partial t}}{na(M,t)}\left(\theta^* + np^*\right). \tag{7}$$

Если коэффициент сжимаемости не зависит от времени, то из (7), находим:

$$\frac{\partial p(M,t)}{\partial t} = \frac{k\left(1+\varepsilon_{\text{ср}}\right)\left[1+(n-1)\xi\right]}{\gamma_{\text{b}} a(M,t) n}\nabla^2 p(M,t). \tag{8}$$

Уравнение (8) при (2) и (3) соответственно имеет вид:

$$\frac{\partial p(M,t)}{\partial t} = C_{nv}(1+\beta z)^m \nabla^2 p(M,t); \tag{9}$$

$$\frac{\partial p(M,t)}{\partial t} = C_{nv} e^{\alpha z}\nabla^2 p(M,t), \tag{10}$$

где

$$C_{nv} = \frac{k\left(1+\varepsilon_{\text{ср}}\right)\left[1+(n-1)\xi\right]}{\gamma_{\text{b}} a}.$$

Выражения (9) и (10) являются уравнениями консолидации упругих неоднородных грунтов соответственно при (2) и (3). В дальнейшем они решаются при определенных краевых условиях.

В настоящее время особую актуальность приобрели проблемы строительства новых и реконструкции существующих объектов в районах распространения слабых водонасыщенных грунтов, что обусловлено особенностью современного развития нефте- и газодобывающих районов Казахстана. При этом возникают не только технологические трудности, связанные с производством работ в особых условиях распространения слабых грунтов, но и повышенные требования к проектным решениям в этой области, как на стадии конструирования, так и во время расчета. Строительства новых высотных сооружений и их эксплуатация сопряжены со значительными затратами ресурсов. В целом проблема является весьма многогранной и, в частности, связана с использованием в основании таких конструкций глинистых водонасыщенных грунтов, для которых свойственны рыхлость, малая плотность и способность разжижаться при нарушении структуры из-за содержания воды, развития пластических деформаций сдвига, многократного промерзания-протаивания в процессе эксплуатации. В связи с этим исследование несущей способности водонасыщенного глинистого грунта в основании сооружений в процессе фильтрационной консолидации является актуальной геотехнической проблемой, имеющей существенное практическое значение и определяющей, в значительной степени, эффективность капитальных вложений, надёжность и нормальную эксплуатацию сооружений.

При проектировании фундаментов промышленных и гражданских сооружений, расположенных на слабых водонасыщенных глинистых грунтах всегда надо иметь в виду, чтобы осадка по абсолютной величине была меньшей, чем это допускается и разность этих осадок должна быть крайне минимальной. Однако это не всегда удается выполнять. В большинстве случаев при строительстве сооружений на таких водонасыщенных глинистых грунтах прежде чем строить высотные здания создают искусственные основания, применяя песчаные подушки мощностью от 1-2 м до 7 м. Они позволяют уменьшить глубину заложения фундаментов и увеличивают их устойчивость, а также применение их уменьшает осадки фундаментов. Кроме того, песчаные подушки используются в качестве дренирующего слоя, так как поровая вода из нижележащих водонасыщенных глинистых грунтов отжимается в процессе уплотнения грунтов от веса самой подушки, ускоряя процесс консолидации грунтов основания. К большому сожалению, существующие методы расчета консолидации слабых водонасыщенных глинистых грунтов имели невысокую точность. Видимо, это связано с некоторыми неучтенными явлениями, происходящими в грунтах. В связи с этим, для сильно сжимаемых водонасыщенных глинистых грунтов в начальный момент времени часть нагрузки, мгновенно приложенной нагрузки q к грунту, равная по величине структурной прочности сжатия $p_{стр}$, сразу же воспринимается скелетом грунта, то

$$p\big|_{t=0} = q - p_{\text{стр}}. \qquad (11)$$

Решим уравнение (9) применительно к одномерной задачи уплотнения для двухкомпонентных грунтов. В инженерной практике большой интерес представляют задачи уплотнения земляной среды конечной толщины, обладающей упругим свойством. В связи с этим рассмотрим процесс уплотнения двухфазного грунтового основания с водоупором на глубине находящегося под действием равномерно распределенной нагрузки с интенсивностью q. Тогда граничные условия при ламинарном законе Дарси применительно к этой задаче имеют вид:

$$p\big|_{z=0} = 0\,; \ \left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=h} = 0. \qquad (12)$$

Второе граничное условие относится к глубине h, ниже которой фильтрации не происходит.

При этом решение данной задачи относительного порового давления может быть записано так

$$p(z,t) = \sqrt{(\alpha+\beta z)} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} C_i \, V_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i (1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right] \cdot e^{-C_{1V}\lambda_i^2 t} \qquad (13)$$

где

$$C_i = \frac{\int_{\alpha}^{\alpha+\beta h} (q_0 + bz) z^{\frac{1}{2}-m} \cdot V_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i (1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right] dz}{\int_{\alpha}^{\alpha+\beta h} z^{1-m} V^2_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i (1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right] dz}.$$

Здесь функция $V_{\frac{1}{2-m}}$ зависит от величины $\frac{1}{2-m}$. Если она целая, то

$$V_{\frac{1}{2-m}}(z,t) = J_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot Y_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_i\alpha^{\frac{2-m}{2}}\right) - J_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_i\alpha^{\frac{2-m}{2}}\right)\cdot Y_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right], \quad (14)$$

если же дробная, то

$$V_{\frac{1}{2-m}}(z,t) = J_{-\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot J_{\frac{1}{2-m}}\left(\nu_i\alpha^{\frac{2-m}{2}}\right) - J_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot J_{-\frac{1}{2-m}}\left(\nu_i\alpha^{\frac{2-m}{2}}\right). \quad (15)$$

Так как экспоненциальная функция быстро убывает при больших значениях показателя, то в (13) ограничимся только первым членом ряда. При этом решение данной задачи относительного порового давления может быть записано так

$$p(z,t) = \sqrt{(\alpha+\beta z)}\cdot C_0 V_{\frac{1}{2-m}}\left[\frac{2\lambda_1}{2-m}(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot e^{-C_{1V}\lambda_i t}. \quad (16)$$

Напряжение в скелете грунта вычисляется по формуле

$$\sigma = q - p_{\text{стр}} - \sqrt{(\alpha+\beta z)}\cdot C_0 V_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot e^{-C_{1V}\lambda_i t}. \quad (17)$$

Полученные выражения (16) и (17) соответственно позволяют определить изменения давления в поровой жидкости и напряжений в скелете грунта для любой точки рассматриваемой конечной области уплотнения неоднородного двухфазного грунта, обладающего упругим свойством. После того как определено напряжение в скелете уплотняемого неоднородного грунтового массива, можно вычислить и вертикальные перемещения точек верхней поверхности уплотняемого слоя грунта (осадок). Действительно, если к поверхности слоя грунта приложена некая вертикальная нагрузка, то соответствующая ей осадки *s(t)*, может быть определены по формуле [6], т.е.

$$s(t) = \int_0^h \frac{\varepsilon(\tau_1)-\varepsilon(t)}{1+\varepsilon_0}dz, \quad (18)$$

где h – мощность уплотняемого неоднородного грунтового массива; ε_0 – начальный коэффициент пористости; z – координата, изменяющаяся по глубине.

Рассмотрим другой случай, когда модуль деформации уплотняемого грунта изменяется по закону (3). Тогда для одномерной задачи давление в поровой жидкости вычисляется по следующей формуле

$$p(z,t) = \sum_{i=0}^{\infty} R_i(\nu_i)\cdot e^{-\lambda_i^2 C_{1V} t}\cdot W_0\left(\nu_i e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right). \quad (19)$$

Здесь

$$W_0\left(\nu_i e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right) = J_0(\nu_i)Y_0\left(\nu_i e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right) - Y_0(\nu_i)J_0\left(\nu_i e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right). \quad (20)$$

J_0, Y_0 – функции Бесселя 1-го и 2-го родов нулевого порядка, которые имеют вид

$$J_0(x) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k}{(k!)^2}\cdot\left(\frac{x}{2}\right)^{2k} = 1 - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^2\cdot 4^2} - \frac{x^6}{2^2\cdot 4^2\cdot 6^2} + \ldots;$$

$$Y_0(x) = 2\left[\left(\ln\frac{x}{2}+C\right)J_0(x)+\frac{1}{(1!)^2}\left(\frac{x}{2}\right)^2-\frac{1}{(2!)^2}\cdot\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{x}{2}\right)^4+\dots\right].$$

Причем, применяя признак Даламбера, легко установить, что J_0 и Y_0 сходятся равномерно при всех x.

В выражениях (19), (20) бесчисленное множество значений $\nu_i = \dfrac{2\lambda_i}{\alpha}$ определяется из следующего уравнения

$$J_1\left(\nu\, e^{-\frac{\alpha}{2}h}\right)Y_0(\nu) - Y_1\left(\nu\, e^{-\frac{\alpha}{2}h}\right)J_0(\nu) = 0 .$$

Величина $R_i(\nu_i)$ находится из начального условия (11), т.е. из равенства:

$$q - p_{стр} = \sum_{i=0}^{\infty} R_i(\nu_i)\cdot W_0\left(\nu_i e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right). \qquad (21)$$

Чтобы определить $R_i(\nu_i)$ обе части равенства (21) умножив на $e^{-\alpha z}W_0\left(\nu_i e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right)$, проинтегрируем по z от 0 до h. При этом получим

$$R_i(\nu_i) = \frac{Q_{0i}(\alpha, h, \nu_i)}{Q_{1i}(\alpha, h, \nu_i)}, \qquad (22)$$

где

$$Q_{0i} = \int_0^h (q - p_{\text{стр}})\cdot e^{-\alpha z}\cdot W_0\left(\nu_i e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right)dz, \qquad (23)$$

$$Q_{1i} = e^{-\alpha z}\cdot W_0^2\left(\nu_i e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right)dz. \qquad (24)$$

Так как в основном при расчетах интересует всех значение порового давления $p(z,t)$ в течение длительного промежутка времени после начала фильтрационной консолидации (более одного года), то учитывая быстро убывающий характер экспоненциальной функции $e^{-C_{1V}\lambda_i^2 t}$ при больших значениях показателя, достаточно ограничиться только первым членом ряда (19). При этом за расчетную формулу для вычисления порового давления $p(z,t)$, учитывая (19)-(24), можно принять

$$p(z,t) = \frac{Q_{01}}{Q_{11}}\cdot e^{-\lambda_1^2 C_{1V} t}\cdot W_0\left(\nu_1 e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right), \qquad (25)$$

где значения Q_{01}, Q_{11} находятся из (23) и (24).

Напряжение в скелете неоднородного грунта находятся из следующей расчетной формулы

$$\sigma(z,t) = q - p_{\text{стр}} - \frac{Q_{01}}{Q_{11}}\cdot e^{-C_{1V}\lambda_1^2 t}\cdot W_0\left(\nu_1 e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right). \qquad (26)$$

Согласно (18) вертикальные перемещения точек верхней поверхности уплотняемого неоднородного грунтового массива будут вычислены по расчетной формуле

$$s^{(H)}(t) = \frac{a_0}{1+\varepsilon_{cp}}\cdot\left\{\frac{q}{\alpha}(e^{\alpha h}-1) - \int_0^h \frac{Q_{01}}{Q_{11}}\cdot e^{-C_{1V}\lambda_0^2 t}\cdot e^{\alpha z}\cdot W_0\left(\nu_0 e^{-\frac{\alpha}{2}z}\right)dz\right\}. \qquad (27)$$

В связи с тем, что решение данной задачи приводит к нахождению числовых значений бесселевых функций нулевого порядка, то определение порового давления, напряжения в скелете грунта и осадок уплотняемого грунтового массива можно считать доведенным до конца, так как для функций Бесселя многими исследователями составлены обширные таблицы.

Следует заметить, что эти задачи в различных постановках также решены в [1-3].

Список литературы

1. Дасибеков А., Юнусов А.А., Сайдуллаева Н.С., Юнусова А.А. Консолидация неоднородных упругих и упругоползучих грунтов. // Международный журнал экспериментального образования.-М., 2012. - №8.– С. 67-72.

2. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Айашова А. Уплотнение наследственно-стареющих неоднородных грунтовых оснований. // Научный журнал «Фундаментальные исследования».- М., 2013. - №8, часть 2, - С. 323-331.

3. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А. Двумерное уплотнение упругоползучих неоднородных грунтовых оснований. // Научно-теоретический журнал «Успехи современного естествознания». - М., 2013. - №10, - С. 234-239.

4 Клейн Г.К. Расчет осадок сооружений по теории неоднородного линейно-деформируемого полупространства // Гидротехническое строитель-ство.– 1948, №2.–С.7-14.

5 Попов Г.Я. К теории изгиба плит на упругом неоднородном полупрос-транстве //Строительство и архитектура.–1959, №12.–С.11-19.

6 Флорин В.А. Основы механики грунтов.–М.: Госстройиздат, 1959. т.1,2.–357 с.; 1961.–543 с.