624.131+539.215

МНОГОМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ КОНСОЛИДАЦИИ НАСЛЕДСТВЕННО-СТАРЕЮЩИХ ЗЕМЛЯНЫХ МАСС

[1] Дасибеков А., [1]Юнусов А.А., [2]Юнусова А.А., [1]Мадияров Н.К.

[1]Южно-казахстанский государственный университет имени М.Ауэзова, Шымкент, e-mail Yunusov1951@mail.ru;

[2]Казахская академия труда и социальных отношений, Алматы

В данной работе исследован процесс уплотнения неоднородных упругоползучих многофазных грунтовых оснований. При этом неоднородность наследственно – стареющей земляной среды выделяется от общей части деформирования уплотняемого грунтового массива. Для этого установлена зависимость между суммой главных напряжений и коэффициентом пористости уплотняемого грунта. На основе этой зависимости выведено основное уравнение консолидации неоднородных упругоползучих многофазных грунтов. Упругоползучее свойство земляных масс подчиняется теории Г.Н.Маслова-Н.Х. Арутюняна. Для решения полученного уравнения применяется метод возмущений. Вследствие чего, основное уравнение консолидации сводится к решению системы дифференциальных уравнений. Каждое уравнение этой системы решается при определенных краевых условиях. В качестве иллюстраций исследована одномерная задача уплотнения неоднородных упругоползучих многофазных грунтов. Полученные решения задачи отражают распределения давления в поровой жидкости и напряжений в скелете грунта. Они дают возможность определить вертикальные перемещения точек верхней поверхности уплотняемого массива.

Ключевые слов: Процесс, уплотнения, грунт, консолидации, давления, основания, фундамент, граничные условия, упругоползучих, функции, многофазных масс, систем, уравнения

MULTIDIMENSIONAL PROBLEMS OF INHERENTLY-AGEING EARTH MASSES CONSOLIDATION

[1]Dasibekov A., [1]Yunusov A.A., [2]Yunusova A.A., [1]Madiyarov N.K.

[1]Yuzhno Kazakhstan State University named M.Auezov, Shymkent, e-mail Yunusov1951@mail.ru;

[2]Kazakh academy of work and social relations, Almaty

Process of compaction of heterogeneous elastically-creeping multiphase earth foundations has been considered in the work. At this, the heterogeneity of inherently-ageing earth environment is allocated from the general part of compactible earth mass deformation. For this, there has been established dependence between sum of main stress and compactible earth porosity coefficient. On the basis of the dependence there has been derived fundamental consolidation equation for heterogeneous elastically-creeping multiphase ground coat. Elastically-creeping property of the earth masses is followed the theory of G.N.Maslov-N.H.Arutyunyan. For solution of this equation we used the perturbation method. In consequence of which, the fundamental consolidation equation is amounted to solution of differential equation system. Each equation of this system is solved at definite boundary conditions. One-dimensional problem for the compaction of heterogeneous elastically-creeping multiphase ground coats has been studied in the quality of illustrations. Received solutions of the problems reflect pressure distribution in porous liquid and stresses in the soil skeleton. They give possibility to determine vertical displacement of points of the compactible massive upper surface.

Keywords: Process, seals, priming, consolidation, pressure, base, foundation, boundary conditions, uprugopolzuchih, functions, filtering equation, multi-phase, mass systems, equation

Ползучесть грунта по В.А.Флорину[10], есть ни что иное как деформации, обусловленные относительным вязким смещением твердых частиц и агрегатов грунта, а также разрушением цементационных связей. Иначе говоря, под ползучестью грунта подразумевается суммарное значение структурных и структурно - адсорбционных деформаций. Итак, процесс деформирования грунта определяется двумя факторами, фильтрационным уплотнением и ползучестью скелета грунта. В зависимости от значимости для данного грунта каждого из этих факторов могут быть следующие три случая:

1. Связи между частицами грунта настолько прочны, что явления выжимания воды из пор не имеет существенного значения. В этом случае можно пренебречь ролью фильтрации и использовать для решения задачи уплотнения теории ползучести.

2. Связи между частицами грунта слабы и процесс деформирования в основном обусловлен фильтрационными явлениями. И в этом случае можно ограничиться теорией фильтрационного уплотнения, пренебрегая ролью ползучести скелета грунта.

3. Наконец, связи между частицами грунта таковы, что оба фактора деформирования выступают совместно. В таком случае следует пользоваться совместным решением теории фильтрационного уплотнения и теории ползучести.

В большинстве случаев при прогнозировании осадок оснований сооружений возникает необходимость одновременного учета свойства ползучести и старения скелета грунта. При этом старение грунта является результатом уплотнения его под действием внешней нагрузки, а также проявления сцепления упрочнения, обусловленного протеканием во времени физико-химических процессов на контактах твердых и жидких фаз. Его интенсивность зависит от целого ряда факторов и, в первую очередь, от водосодержания и температуры.

Старение грунта можно описать различными алгебраическими выражениями. При этом, учитывая, что деформации ползучести зависят от возраста уплотняемого грунта в момент приложения нагрузки τ и продолжительности действия нагрузки $t - \tau$ согласно [1] за меру ползучести можно принять:

$$C(t,\tau) = \varphi(\tau)\cdot f(t-\tau). \qquad (1)$$

Здесь – функция, отражающая свойство старения грунта. Причем она при увеличении $\varphi(\tau)$ должна монотонно убывать и стремиться к некоторой постоянной величине, характеризующей полностью уплотненный грунт, т.е.:

$$\lim_{\tau\to\infty}\varphi(\tau) = C_0$$

Если под постоянной C_0 понимать меру ползучести грунта при t → ∞ , то функция для должна изменяться в интервале

В соответствии с этим в дальнейшем примем

$$\varphi(\tau) = C_0 + \left(A_1 / \tau\right);\ \ f(t-\tau) = a_1\left[1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)}\right], \qquad (2)$$

где C_0, A_1, a_1, y_1 – коэффициенты, подбирающиеся по экспериментальным кривым.

Среди всех исследований – работы В.А.Флорина и многочисленные опыты С.Р.Месчана [8] показали приемлемость для описания деформаций скелета стареющего грунта теории упругоползучего тела Г.Н.Маслова-Н.Х.Арутюняна. При этом свойство старения грунта вполне может быть математически описано выражениями (1) и (2).

Кроме того, многочисленные экспериментальные работы по грунтам показали, что при процессе уплотнения эти грунты просто становятся неоднородными материалами. Это связано с изменением модуля деформации и коэффициента сжимаемости грунта в зависимости от координаты уплотняемого массива. В частности, Г.К.Клейн [6] при расчете сооружений, лежащих на сплошном основании, для модуля деформации грунта принимает выражение следующего вида

$$E(z) = E_n z^n, \qquad (3)$$

где E_n является модулем деформации грунта на глубине z=1; показатель n в большинстве случаев лежит в пределах $0 < \mathbf{n} < 2$.

Эта модель использована Б.Н. Баршевским [2] для решения некоторых задач консолидации непрерывно-неоднородных грунтов по глубине и получила дальнейшее развитие в работах [12] при решении контактных задач механики деформируемого твердого тела.

В работе Г.Я.Попова [9] при решении подобных задач модуль деформации грунта принят в виде

$$E = E_0 e^{\alpha z}, \qquad (4)$$

где $E_0>0$, α – экспериментальные данные; z – координата исследуемой точки по глубине.

В отличие от перечисленных работ ниже будут определены решения задач механики уплотняемой наследстенно-стареющей грунтовой среды, когда модуль деформации грунта считается переменным по глубине. В частности, он может быть представлен в виде степенной или экспериментальной функции.

$$E(z) = E_m(1+\beta z)^m,\ \alpha > 0;\ E_m > 0,\ 1+\beta z > 0, \qquad (5)$$

где E_m, β, m – экспериментальные данные.

Для конкретного случая вычисления, они могут быть соответственно приняты следующим образом: $E(z) = 2{,}65\cdot(1+0{,}026z)^{5{,}9}$ МПа; $E(z) = 2{,}05\cdot e^{0{,}1386\cdot z}$ МПа.

Таким образом, ниже исследуем процесс консолидации земляных масс, обладающих наследственно - стареющим неоднородным свойством. Для этого введем некоторую ограниченную область трехмерного Евклидового пространства E_3, где происходит процесс уплотнения (консолидации), т.е. G – область изменения пространственных переменных x_i, i=1,2,3, а E_3 – совокупность точек, координаты которой определяются тремя этими действительными числами. Пусть $Г$ – граница области, которая должна быть кусочно-гладкой поверхностью, состоящей из конечного числа гладких кусков, а Ω – некоторая область в четырехмерном пространстве Ω = Gx(τ_1,T); $t \in (\tau_1, T)$, $T > \tau_1$. Ее граница состоит из боковой поверхности $Г_б = Г$x[τ_1,T] и двух оснований: нижнего M∈G, $t = \tau_1$ и верхнего M∈G, $t = T$. Иными словами, область Ω является областью задания уравнений уплотнения, G – область, соответствующая геометрической форме и размеру уплотняемого тела, в котором изучается процесс уплотнения, а $Г$ – область задания граничных условий x_i, i=1,2,3.

Если этот грунт обладает наследственно-стареющим неоднородным свойством, то его состояние, согласно теории упруго-ползучего тела [1], может быть описано выражением вида:

$$\varepsilon_0 - \varepsilon(M,t) = \frac{a_0(M)}{1+(n-1)\xi}\cdot(1-K^*)\theta(M,t). \qquad (6)$$

Здесь ε_0 – начальный коэффициент пористости; ξ – коэффициент бокового давления; $\varepsilon(t)$ – коэффициент пористости для исследуемого момента времени t; $a_0(M)$ - коэффициент сжимаемости, зависящий от глубины уплотняемого грунтового массива $x_3=z$; $\theta(M,t) = \sigma_{11}(M,t) + \sigma_{22}(M,t) + \sigma_{33}(M,t)$ – сумма главных напряжений; n – размерность исследуемой задачи;

$$\left.\begin{aligned} K^*\theta(M,t) &= \int_{\tau_1}^{t}\theta(M,\tau)K(M,\tau,t)d\tau \\ K(M,\tau,t) &= E(M,\tau)\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{E(M,\tau)} + C(M,\tau,t)\right] \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

$$C(M,\tau,t) = \psi(M)C(\tau,t), \qquad (8)$$

где $C(\tau,t)$ - мера ползучести для однородного грунта, т.е.

$$C(\tau,t) = \varphi(\tau)\cdot a_1\left[1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)}\right], \qquad (9)$$

где φ – функция старения; a_1, y_1 – параметры ползучести; $E(M)$ - модуль деформации неоднородного грунта; $\psi(M)$ - функция неоднородности. Она может зависеть от глубины уплотняемого массива. Тогда уравнение уплотнения неоднородного грунта

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + \beta_{cp}(1+\varepsilon_{cp})\frac{\partial P}{\partial t} = \gamma_b^{-1}(1+\varepsilon_{cp})\cdot\left[x_1^{-\alpha_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1^{-\alpha_1}\kappa_1\alpha_1\frac{\partial P}{\partial x_1}\right) + \kappa_2\alpha_2\frac{\partial^2 P}{\partial x_2^2} + \kappa_3\alpha_3\frac{\partial^2 P}{\partial x_3^2}\right]. \qquad (10)$$

с учетом его вязкого свойства (6)-(9) приводится к виду:

$$\left\{na_0 + \left[1 + (n-1)\xi\right]\beta_{cp}(1+\varepsilon_{cp})\right\}\frac{\partial P(M,t)}{\partial t} + n\gamma_1 a_1 \varphi(t) P(M,t) - n\gamma_1 a_1 \times$$

$$\times\int_{\tau_1}^{t}\left[\frac{\partial\varphi(\tau)}{\partial\tau} + \gamma_1\varphi(\tau)\right]P(M,\tau)\cdot e^{-\gamma_1(t-\tau)}d\tau = \frac{\left[1+(n-1)\xi\right]\cdot(1+\varepsilon_{cp})}{\gamma_b}\times$$

$$\times\left[x_1^{-\alpha_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1^{\alpha_1}k_1\right)\frac{\partial P(M,t)}{\partial x_1} + k_2\alpha_2\frac{\partial^2 P(M,t)}{\partial x_2^2} + k_3\alpha_3\frac{\partial^2 P(M,t)}{\partial x_3^2}\right]+$$

$$+a_0\left(\frac{\partial\theta^*}{\partial t} + \frac{n\partial P^*}{\partial t}\right) + \gamma_1 a_1\varphi(t)\cdot\left(\theta^* + nP^*\right) - \gamma_1 a_1\times$$

$$\times\int_{\tau_1}^{t}\left[\frac{\partial\varphi(\tau)}{\partial\tau} + \gamma_1\varphi(\tau)\right]\cdot\left(\theta^* + nP^*\right)\cdot e^{-\gamma_1(t-\tau)}d\tau, \qquad (11)$$

где β^1 - коэффициент объемного сжатия; ε_{cp} - средний коэффициент пористости; P – давление в поровой жидкости; y_b - объемный вес воды; ε_0 - начальный коэффициент пористости; $\theta(M,t)$ - сумма главных напряжений; n – размерность рассматриваемой задачи; ξ - коэффициент бокового давления уплотняемого грунтового массива; θ^*, P^* - сумма главных напряжений и давление в поровой жидкости для стабилизированного состояния уплотняемого грунтового массива; $\alpha_i(i=1,2,3)$ - в зависимости от мерности задачи принимают значения 0 или 1, т.е. $0\vee1$. Следовательно из (11) при $\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = \alpha_3 = 1$ находим уравнение, описывающее трехмерное уплотнение грунта; при $\alpha_1 = \alpha_3 = 0$ и $\alpha_2 = 1$ – двумерное; при $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$ – одномерное; при $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ и $\alpha_3 = 0$ – осесимметричное, где $x_1=r$, $x_2=x_3$. Здесь если пренебречь изменениями пористости среды и порового давления во времени, то из (11) получим уравнения, описывающие распределения порового давления в начальный момент времени. Эти уравнения имеют вид

$$\frac{1}{x_1^{\alpha_1}}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1^{\alpha_1}k_1\frac{\partial P}{\partial x_1}\right) + \alpha_2 k_2\frac{\partial^2 P}{\partial x_2^2} + \alpha_3 k_3\frac{\partial^2 P}{\partial x_3^2} = 0, \qquad (12)$$

где $\alpha_i(i=1,2,3)$ в зависимости от мерности задачи принимают значения 0 или 1, т.е. $0\vee1$.

Выражение (11) является интегро-дифференциальным уравнением и его решение при соответствующих краевых условиях дает возможность определить распределение давлений в поровой жидкости. Это уравнение можно привести к дифференциальному уравнению второго порядка. Для этого (11) продифференцируем по t, затем полученное сложим с (11) предварительно умножив его на y_1. В результате имеем:

$$\left\{na_0+\left[1+(n-1)\xi\right]\beta_{cp}(1+\varepsilon_{cp})\right\}\frac{\partial^2 P(M,t)}{\partial t^2}+\gamma_1\left\{na_0+\left[1+(n-1)\xi\right]\beta_{cp}(1+\varepsilon_{cp})+\right.$$

$$\left.+na_1\varphi(t)\right\}\frac{\partial P(M,t)}{\partial t}=\frac{\left[1+(n-1)\xi\right]\cdot(1+\varepsilon_{cp})}{\gamma_b}\cdot\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\times$$

$$\times\left[x_1^{-\alpha_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1^{\alpha_1}k_1\frac{\partial P(M,t)}{\partial x_1}+k_2\alpha_2\frac{\partial^2 P(M,t)}{\partial x_2^2}+k_3\alpha_3\frac{\partial^2 P(M,t)}{\partial x_3^2}\right)\right]+$$

$$+na_0\left[\frac{\partial^2\theta^*}{\partial t^2}+n\frac{\partial^2 P^*}{\partial t^2}+\gamma_1\left(\frac{\partial\theta^*}{\partial t}+\frac{n\partial P^*}{\partial t}\right)\right]+n\gamma_1 a_1\varphi(t)\times$$

$$\times\left[\frac{\partial\theta^*}{\partial t}+\frac{n\partial P^*}{\partial t}+\gamma_1\left(\theta^*+nP^*\right)\right]. \qquad (13)$$

Выражение (13) является основным уравнением механики многофазных наследственно – стареющих неоднородных уплотняемых грунтов. Откуда при β_{cp} =0 находим уравнение уплотнения водонасыщенного грунта, т.е.

$$\frac{\partial^2 P(M,t)}{\partial t^2}+\gamma_1\left[1+\frac{a_1}{a_0}\varphi(t)\right]\frac{\partial P(M,t)}{\partial t}=\frac{\left[1+(n-1)\xi\right]\cdot(1+\varepsilon_{cp})}{\gamma_b}\cdot\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\times$$

$$\times\left[x_1^{-\alpha_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1^{\alpha^1}k_1\frac{\partial P(M,t)}{\partial x_1}\right)+k_2\alpha_2\frac{\partial^2 P(M,t)}{\partial x_2^2}+k_3\alpha_3\frac{\partial^2 P(M,t)}{\partial x_3^2}\right]+Q(M,t), \quad (14)$$

где

$$Q(M,t)=\frac{\partial^2\theta^*}{\partial t^2}+n\frac{\partial^2 P^*}{\partial t^2}+\gamma_1\left(\frac{\partial\theta^*}{\partial t}+n\frac{\partial P^*}{\partial t}\right)+\gamma_1\frac{a_1}{a_0}\varphi(t)\times$$

$$\times\left[\frac{\partial\theta^*}{\partial t}+n\frac{\partial P^*}{\partial t}+\gamma_1\left(\theta^*+nP^*\right)\right] \qquad (15)$$

Таким образом, получены уравнения механики наследственно - стареющих грунтов при их линейном деформировании. В дальнейшем они будут решены для различных задач уплотнения, имеющие теоретическое и практическое значение в механике уплотняемых пористых сред.

Начальные условия задачи теории консолидации. Так как основное уравнение механики уплотняемых наследственно - стареющих грунтов представлено в виде дифференциального уравнения второго порядка (14) относительно порового давления, то для определения единственного его решения необходимо знать два начальных условия. Одно из них является задание во всех точках области в момент $t = \tau_1$ самой функции, т.е.

$$P(M,\tau_1)=F^{(H)}(M), \quad M\in\overline{G}=G+\Gamma, \quad (16)$$

где функция $F^{(H)}(M)$ непрерывна в точках области $\overline{G}$. Эта область есть объединение множества G и его границы Γ. В случае одномерной задачи уплотнения грунтов, начальное условие упрощается и соответственно для двухфазной и трехфазной среды имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} P = (M, \tau_1) = q(M), \quad M \in \overline{G} \\ P = (M, \tau_1) = \frac{1}{\omega} q(M) \end{aligned}\right\}, \tag{17}$$

где коэффициент ω учитывает объемное сжатие грунта за счет газообразных составляющих.

В остальных случаях необходимо решать уравнения фильтрации (14) при соответствующих граничных условиях. Другое начальное условие может быть найдено из (11) учитывая, что при $t = \tau_1$ искомое решение должно удовлетворять ему. При этом имеем

$$\left\{na_0 + \left[1 + (n-1)\xi\right]\beta_{cp}(1 + \beta_{cp})\right\}\left.\frac{\partial P(M,t)}{\partial t}\right|_{t=\tau_1} + n\gamma_1 a_1 \varphi(\tau_1) P(M, \tau_1) =$$

$$= \frac{\left[1 + (n-1)\xi\right]\cdot(1 + \varepsilon_{cp})}{\gamma_b}\left[x_1^{-\alpha_1}\frac{\partial}{\partial x_1}\left(x_1^{\alpha_1} k_1 \frac{\partial P}{\partial x_1}\right) + k_2\alpha_2\frac{\partial^2 P}{\partial x_2^2} + \right.$$

$$\left.\left. + k_3\alpha_3\frac{\partial^2 P}{\partial x_3^2}\right]\right|_{t=\tau_1} + a_0\left.\left(\frac{\partial \theta^*}{\partial t} + n\frac{\partial P^*}{\partial t}\right)\right|_{t=\tau_1} + \gamma_1 a_1 \varphi(\tau_1)\cdot\left.\left(\theta^* + nP^*\right)\right|_{t=\tau_1} \tag{18}$$

Граничные условия задачи теории консолидации. В математической теории уплотнения земляных масс можно встретить три основных разновидностей граничных условий. Первые два условия в общем виде можно представить следующим образом:

$$\alpha^{(1)} P(M,t) - \beta_1 \frac{\partial P(M,t)}{\partial S} = F^{(\Gamma P)}(M,t), \quad M \in \Gamma,\ t > \tau_1, \tag{19}$$

где $\alpha^{(1)} \geq 0, \quad \beta^{(2)} \geq 0$.

Если $\beta^{(1)} = 0, \quad \alpha^{(1)} = 1$, то имеем первую краевую задачу. В этом случае для любого момента времени задается распределение порового давления или напора на граничной поверхности, а следовательно, и напряжения в скелете грунта. В частности, если жидкость свободно удаляется с некоторой части контура Г уплотняемой среды, то напор или давление на ней равно нулю, т.е.

$$P(M,t)\big|_{\Gamma} = 0. \tag{20}$$

Если же в (19) примем $\alpha^{(1)} = 0$, $\beta^{(1)} = k$ (k – коэффициент фильтрации), то имеем второе граничное условие. В этом случае для каждой точки поверхности уплотняемого тела должен быть задан поток жидкости как функции пространственных координат и времени

$$-k\frac{\partial P(M,t)}{\partial S} = F^{(\Gamma P)}(M,t), \quad M \in \Gamma_\delta, \quad t > \tau_1, \tag{21}$$

где S – нормаль к поверхности Г в точке М.

Кроме указанных условий при изучении отдельных задач механики твердого деформируемого тела, можно столкнуться с граничными условиями сопряжения. Эти условия обычно используются в случае контакта нескольких различных тел. В теории уплотнения они применяются при определении НДС многослойных грунтовых оснований.

Постановка задач теории консолидации. Основное уравнение механики уплотняемых в области неоднородных грунтов, полученные в виде (14) при (15) связывают временно - пространственное распределение порового давления внутри исследуемого массива. Чтобы найти его, необходимо знать распределение давлений в поровой жидкости внутри уплотняемого тела в начальный момент времени, геометрическую форму и размеры тела, закон фильтрующей поверхности его между окружающей средой (граничное условие).

Следовательно, при введенных выше обозначениях, краевые задачи уравнения механики уплотняемых наследственно – стареющих неоднородных грунтов формулируются следующим образом: требуется определить в четырехмерном пространстве $\Omega = Gx(\tau_1,T)$; $t\in(\tau_1,T)$, $T>\tau_1$ дважды непрерывно дифференцируемое по пространственным координатам, непрерывно дифференцируемое по времени второго порядка и непрерывное вплоть до границы решение $P(M,t)$ уравнений (14), удовлетворяющее краевым условиям исследуемых задач.

Ниже в качестве иллюстрации вышесказанного, дадим решение двумерной задачи теории консолидации однородных наследственно – стареющих многофазных грунтов. Для этого рассмотрим процесс уплотнения грунтового массива с водоупором на глубине h. Он ограничен с боков водонепроницаемыми стенками, и находится под действием равномерно распределенной нагрузки q, приложенной на участке $(-a,a)$ его поверхности.

Тогда решение этой задачи в безразмерных координатах сводится к определению непрерывной функции $P(M,t)$, удовлетворяющей в области $G\left(|x_1|<\ell;\quad 0\le x_2<h\right)$ уравнению

$$L^{(2)}P(M,T)=0 \tag{22}$$

начальным

$$\ell^{(2)}P(M,T_1)=2\gamma_1\left[c_0h^2c_\nu^{(2)}+\frac{A_1}{T_1}\right]\cdot\left[\frac{\theta^*(M,T_1)}{2}+P^*(M,T_1)\right]\cdot a_1a^{(2)}, \tag{23}$$

$$P_0(M,T_1)=\frac{1}{\omega}\left[\frac{\theta^*(M,T_1)}{2}+P^*(M,T_1)\right] \tag{24}$$

и граничным

$$\alpha^{(2)}\frac{\partial P}{\partial x_i}+\beta^{(2)}P=0;\quad x_1=\xi,\quad x_2=\beta\begin{cases}\beta^{(2)}=0 & при\quad \xi=1\ иёи\quad \eta=0,\\ \alpha^{(2)}=0 & при\quad \eta=\pm1,\quad |\xi|<1\end{cases} \tag{25}$$

условиям, соответствующим данной задаче. Здесь $L^{(2)}$ – дифференциальный оператор вида

$$L^{(2)}=\frac{\partial}{\partial t^2}+\gamma_1\left[\left(1+2a_1a^{(2)}c_0\right)\Big/c_0^{(2)}h^2+\frac{2a_1a^{(2)}A_1}{T}\right]\cdot\frac{\partial}{\partial t}-h^2\left(\frac{\gamma_1}{h^2c_\nu^{(2)}}+\frac{\partial}{\partial T}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{1}{\ell^2}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\frac{1}{h^2}\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right), \tag{26}$$

$\ell^{(2)}$ – оператор вида

$$\ell^{(2)}=\left.\frac{\partial}{\partial T}\right|_{T=T_1}+\left[2a_1a^{(2)}\gamma_1c_0h^2\big/c_\nu^{(2)}+\frac{A_1}{T_1}\right]+h^2\left(\frac{1}{\ell^2}\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\frac{1}{h^2}\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right), \tag{27}$$

где

$$a^{(2)} = \left[2a_0 + \beta(1+\varepsilon_{cp})\cdot(1+\xi)\right]^{-1},\ c_{2\nu} = k(1+\varepsilon_{cp})\cdot(1+\xi)\cdot a^{(2)}, \quad T = c_{2\nu}t/h^2.$$

$$\xi = \frac{x_1}{l};\quad \eta = \frac{x_2}{h};$$

ξ, η – безразмерные координаты; c_0 – предельное значение меры ползучести для уплотняемого грунта; A_1 – параметр, зависящий от свойств и условий старения грунта;

Эти выражения получены из (14)-(21) при (9). Причем данная задача в одномерной постановке исследована в работе [11], а её решение, соответствующее начальному моменту времени получено в [7]. В то же время решения исследуемой задачи в различных постановках получены в [3-5]..

Данная краевая задача (22) - (27) в такой постановке дает возможность определить давление в поровой жидкости в безразмерных координатах. Начальное распределение порового давления для трехфазной среды имеет вид:

$$P_0(\xi,\eta) = \frac{q}{\omega}\left(\frac{a}{\ell} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin\frac{n\pi}{\ell}}{n\pi}\cdot\frac{ch\frac{n\pi h}{\ell}}{\cos\frac{n\pi h}{\ell}}\cdot\cos n\pi\xi\right). \tag{28}$$

Решение уравнения (22), удовлетворяющее начальным (23),(28) и граничным (25) условиям получим в виде

$$P(\xi,\eta,T) = q\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\left[C_{1ij}F\left(\lambda_{ij};C;r_{ij}\right) + C_{2ij}G\left(\lambda_{ij};C;r_{ij}\right)\right]\cdot e^{-\beta_{ij}T}\,T^{1-D^{(2)}} \times$$

$$\times\cos i\pi\xi\cdot\cos\frac{2j+1}{2}\eta, \tag{29}$$

где

$$\left.\begin{aligned}
&C_{kij} = (-1)^k\Pi_{ij}\left[B^{(2)}S_k - q_{3-k,ij}\big/\omega\right];\quad S_1 = G,\quad S_2 = F;\\
&\Pi_{ij} = 4e^{\beta_{ij}T_1}T_1^{D^{(2)}-1}J\big/\left(Fq_{2ij}^{(2)} - Gq_{1ij}^{(2)}\right);\\
&q_{1ij}^{(2)} = F'(\lambda_{ij};C;r_{ij};T) + F(\lambda_{ij};C;r_{ij};T)\cdot\left[\frac{1-D^{(2)}}{\tau_1} - \beta_{ij} + B^{(2)} + h^2\alpha_{ij}^{(2)}\right]\\
&r_{1ij}^{(2)} = G'(\lambda_{ij};C;r_{ij}) + G(\lambda_{ij};C;r_{ij})\cdot\left[\frac{1-D^{(2)}}{T_1} - \beta_{ij} + B^{(2)} + h^2\alpha_{ij}^{(2)}\right];\\
&B = \gamma_1\left[2a_1a^{(2)}C_0C_\nu^{(2)} + 2a_1a^{(2)}T_1^{-1}\right];\\
&J = \int_0^1\int_0^1\left(\theta^*/2 + P^*\right)\cos i\pi\xi\cdot\cos\frac{2k+1}{2}\pi\eta d\xi d\eta.
\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

$$\beta_{ij}^{(2)} = 0{,}5\left(M_{ij}^{(2)} - \sqrt{\left[M_{ij}^{(2)}\right]^2 - 4N_{ij}^{(2)}}\right);\ r_{ij}^{(2)} = \sqrt{\left[M_{ij}^{(2)}\right]^2 - N_{ij}^{(2)}}T;$$

$$M_{ij}^{(2)} = R^2\gamma_1\left[\left(1 + 2a^{(2)}a_1c_0\right)\Big/ c_\nu^{(2)} + \frac{d_{ij}^{(2)}}{\gamma_1}\right];\ \ N_{ij}^{(2)} = \gamma_1 h^4\alpha_{ij}^{(2)} / c_\nu^{(2)};$$

$$\alpha_{ij}^{(2)} = \left[\beta_{ij}^{(2)}\left(2 - D^{(2)}\right) - \left(1 - D^{(2)}\right)\cdot M_{ij}^{(2)}\right]\Big/\sqrt{\left[M_{ij}^{(2)}\right]^2 - 4N_{ij}^{(2)}};$$

$$c^{(2)} = 2 - D^{(2)},\ \ D^{(2)} = 2a^{(2)}a_1A_1 \qquad (31)$$

Здесь $F\left(\lambda_{ij}; C; r_{ij}; T\right), G\left(\lambda_{ij}; C; r_{ij}; T\right)$ – вырожденные гипергеометрические функции первого и второго родов. При этом $F\left(\lambda_{ij}; C; r_{ij}; T\right)$ называется функцией Куммера. Она разлагается в степенной ряд, сходящийся при всех r_{ij}, т.е.

$$F\left(\lambda_{ij}; C; r_{ij}; T\right) = \sum_{k=0}^{\infty}\frac{(\lambda_{ij})k}{(C)_k\, k!}\cdot r_{ij}^k, \qquad (32)$$

$$G\left(\lambda_{ij}; C; r_{ij}; T\right) = \frac{\Gamma(1-c)}{\Gamma(\lambda_{ij} - c + 1)}F\left(\lambda_{ij}; C; r_{ij}; T\right) - \frac{\Gamma(1-c)}{\Gamma(\lambda_{ij})}r_{ij}^{1-c}F\left(1 + \lambda_{ij} - \eta_{ij}; 1 - c; \eta_{ij}\right)$$

Используя соотношение $\theta = 2\left(\frac{\theta^*}{2} + P^* - P\right)$, сумму главных напряжений представим в виде

$$\theta(\xi,\eta,T) = \frac{2q}{\omega}\left\{\frac{a}{\ell} + 2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k\pi}\sin(k\pi a/\ell)\cdot\cos k\pi\xi ch\cdot\left(k\pi\eta\frac{h}{\ell}\right)\Big/ chk\pi\frac{h}{\ell} - \right.$$

$$-\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\left[C_{1ij}F\left(\lambda_{ij}; C^{(2)}; r_{ij}\right) + C_{2ij}G\left(\lambda_{ij}; C^{(2)}; r_{ij}\right)\right]\cdot e^{-\beta_{ij}T}T^{1-D^{(2)}} \times$$

$$\left.\times\cos i\pi\xi\cos\frac{2j+1}{2}\eta\right\}, \qquad (33)$$

где $C_{kij}, \beta_{ij}, D^{(2)}, \lambda_{ij}$ находятся из (30) и (31).

Тогда осадку уплотняемого слоя грунта определим по формуле

$$S(\xi, T) = \varepsilon_0^{(2)}\left[S_0^{(2)} + a_1\gamma_1 S_1^{(2)}\right], \qquad (34)$$

где

$$S_0^{(2)} = \frac{a}{\ell} + 2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k\pi}\sin(k\pi a/\ell)\cdot\cos k\pi\xi th\cdot\left(k\pi\frac{h}{\ell}\right) -$$

$$-2\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j}{(2j+1)\pi}\left[C_{1ij}F\left(\lambda_{ij}; C^{(2)}; r_{ij}\right) + C_{2ij}G\left(\lambda_{ij}; C^{(2)}; r_{ij}\right)\right]\cdot e^{-\beta_{ij}T}T^{1-D}\cos i\pi\xi \qquad (35)$$

$$S_1^{(2)} = \left[\frac{a}{e} + 2\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k\pi}\sin(k\pi a / e)\cdot\cos k\pi\xi th\cdot\left(k\pi\frac{h}{e}\right)\right]\frac{1}{\gamma_1}\left[1 - e^{-\gamma_1(T-T_1)}\right] -$$

$$-2\int_{T_1}^{T}\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=0}^{\infty}\frac{(-1)^j}{(2j+1)\pi}\left[C_{1ij}F\left(\lambda_{ij};C^{(2)};r_{ij}\right) + C_{2ij}G\left(\lambda_{ij};C^{(2)};r_{ij}\right)\right]\times$$

$$\times e^{-\beta_{ij}T}\cdot e^{-\gamma_1(T-T_1)}T^{(1-D^{(2)})}\cos i\pi\xi. \quad (36)$$

Таким образом, задача консолидации трехфазного грунта с учетом линейной ползучести и старения скелета можно сказать, что полностью решена для равномерно распределенной уплотняющей нагрузки.

В полученных решениях скорость консолидации зависит от безразмерных параметров $A^{(2)}, B^{(2}, a^{(2)}, T$, которые в свою очередь зависят от параметров a_0, a_1, c_0, t, определяемые по результатам компрессионных испытаний грунтов, которые для различных глинистых пород в основном имеются.

Используя выражения (29)-(36), вычислены давление в поровой жидкости и осадок уплотняемого слоя трехфазного грунта в зависимости от времени и пространственных координат. Анализ этих вычислений показывает, что развитие порового давления во времени имеет экстремальный характер, а осадка по времени после полного рассеивания порового давления продолжается пропорционально логарифму времени. Одновременный учет старения и ползучести скелета грунта снижает величину порового давления в процессе консолидации. Увеличивает величину начальной осадки и замедляет скорость протекания осадки по сравнению с фильтрационной теорией уплотнения земляных масс. При этом продолжительность протекания осадки по сравнению с фильтрационной теорией сокращается.

Список литературы

1. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. М.: Гостехтеориздат. 1952, -323с.
2. Баршевский Б.Н. Определение осадок и горизонтальных смещений гидро-технических сооружений, возводимых на грунте с переменным по глубине модуле деформаций // Сб.: Некоторые вопросы машиностроения и строительной механики.–Л., 1964.–Вып.50.–Ч.1.–С.113-
3. Дасибеков А., Юнусов А.А., Сайдуллаева Н.С., Юнусова А.А. Консолидация неоднородных упругих и упругоползучих грунтов. // Международный журнал экспериментального образования.-М., 2012. - №8.– С. 67-72.
4. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Айашова А. Уплотнение наследственно-стареющих неоднородных грунтовых оснований. // Научный журнал «Фундаментальные исследования».- М., 2013. - №8, часть 2, - С. 323-331.
5. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А. Двумерное уплотнение упругоползучих неоднородных грунтовых оснований. // Научно-теоретический журнал «Успехи современного естествознания». - М., 2013. - №10, - С. 234-239.
6. Клейн Г.К. Расчет осадок сооружений по теории неоднородного линейно-деформируемого полупространства // Гидротехническое строительство.– 1948, №2.–С.7-14.132.
7. Мачерет Я А. Распределение мгновенных напоров и давлений в грунтовой массе, вызванных мгновенной нагрузкой // Труда ВИОС.–1934, №4.–С.65-121.
8. Месчян С.Р. Экспериментальная реология глинистых грунтов.–М.: Недра, 1985.–342 с.
9. Попов Г.Я. К теории изгиба плит на упругом неоднородном полупространстве //Строительство и архитектура.–1959, №12.–С.11-19.
10. Флорин В.А. Основы механики грунтов. М.: Госстройиздат, Т.2. 1961, -с.60-276.
11. Цытович Н.А., Тер-Мартиросян З.Г. Основы прикладной геомеханики в строитель-стве.-М.: Высшая школа, 1981. -319с.
12. Ширинкулов Т.Ш. Расчет инженерных конструкций на упругом неоднородном основании.–Ташкент: ФАН, 1972.–244 с.