

УДК 624.131+539.215

ФИЗИЧЕСКАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ В КОНСОЛИДАЦИИ ГРУНТОВ¹Дасибеков А., ¹Юнусов А.А., ²Юнусова А.А., ¹Абжабаров А.¹Южно-казахстанский государственный университет имени М.Ауэзова,
Шымкент, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;²Казахская академия труда и социальных отношений, Алматы

В данной работе сделана попытка внедрения теории нелинейной ползучести грунтов для ограниченной области уплотнения. При этом рассматривается только так называемая физически нелинейная теория ползучести, при построении которой, определяющее соотношение заменяется нелинейным законом, сохранив здесь геометрическую линеаризацию. Это предположение, подтверждается действительным поведением многих грунтов, находящихся под действием. В этой работе получен ряд уравнений консолидации неоднородных многокомпонентных упругих и упругоползучих грунтов при их линейном и нелинейном деформировании. Они в дальнейшем будут решены для различных задач консолидации, имеющих теоретическое и практическое значения в механике уплотняемых пористых сред.

Ключевые слов: Процесс, уплотнения, грунт, деформация, давления, граничные условия, упругоползучих, функции, фильтрации, уравнения

PHYSICALLY NONLINEARITY IN THE SOIL CONSOLIDATION¹Dasibekov A., ¹Yunusov A.A., ²Yunusova A.A., ¹Abzhabarov A.¹M.Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, e-mail: Yunusov1951@mail.ru;²Kazakh academy of work and social relations, Almaty

In this paper we made an attempt to introduce the theory of nonlinear creep of soil compaction for a bounded domain. Here with this is considered only so-called physically nonlinear creep theory, in the construction of which, the constitutive relation is replaced by a nonlinear law, preserving the geometric linearization here. This hypothesis is confirmed by the actual behavior of many soils under the influence. In this paper we obtain a set of equations of consolidation of the multicomponent heterogeneous elastic and elastic creeping soils during their linear and nonlinear deformation. They will be solved in the future for various problems of consolidation of theoretical and practical importance in the mechanics of the sealing porous media.

Keywords: process, sealing, soil, deformation, pressure, boundary conditions, elastically creeping, functions, filtering, equation

Важность теоретического изучения задач консолидации многофазных грунтов определяется разнообразными нерешенными проблемами практики. Большое число работ посвящено нахождению решения задач в линейной постановке. Вопросам уплотнения грунтов с учетом их нелинейного закона деформирования до сих пор не уделяется должного внимания, хотя эти задачи в настоящее время являются очень актуальными. О необходимости учета этого фактора в грунтах и, в частности, в высоких земляных плотинах указывались в ряде международных конференциях и симпозиумах по реологии грунтов. Бесспорно, что одновременный учет пространственности задачи, её нелинейность, вязкие свойства уплотняемых сред, переменности физико-механических характеристик и внешней нагрузки во времени и координат дает исчер-

пывающий ответ вопросам исследования НДС массива, находящегося в сложных природных условиях. В связи с этим в данной работе сделана попытка внедрения теории нелинейной ползучести грунтов для ограниченной области уплотнения. При этом рассматривается только так называемая физически нелинейная теория ползучести, при построении которой, определяющее соотношение заменяется нелинейным законом, сохранив здесь геометрическую линеаризацию. Это предположение, подтверждается действительным поведением многих грунтов, находящихся под действием

Для решения задач механики уплотняемых пористых сред согласно основной модели В.А.Флорина [5], необходимо совместно рассматривать уравнения, отражающие неразрывность твердой и жидкой фаз грунта

$$\frac{\partial \varepsilon(M, t)}{\partial t} + \beta' (1 + \varepsilon_{cp}) \frac{\partial P(M, t)}{\partial t} = \Delta P(M, t) \cdot \gamma_b^{-1} (1 + \varepsilon_{cp}), \quad (1)$$

состояние его скелета

$$\varepsilon_0(M) - \varepsilon(M, t) = \Phi[\sigma_{kk}(M, t), \alpha_0(M, t), \xi, K(M, t)], \quad (2)$$

условия равновесия нестабилизированного состояния уплотняемого грунтового массива

$$\sigma_{kk}(M, t) = \sigma_{kk}^*(M) - n[P(M, t) - P^*(M)], \quad (3)$$

где

$$\Delta P(M, t) = \frac{1}{x_1^\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial x_1} \left(x_1^\alpha \cdot \frac{\partial P}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial^2 P}{\partial x_2^2} + \gamma \frac{\partial^2 P}{\partial x_3^2}; \quad (4)$$

Φ – функция, отражающая состояние скелета грунта; $\Delta \varepsilon(M, t) = \varepsilon_0(M) - \varepsilon(M, t)$; $\varepsilon(M, t)$ – коэффициент пористости уплотняемого грунта для исследуемой точки M в момент времени t ; β^1 – коэффициент объемного сжатия; ε_{cp} – средний коэффициент пористости; P – давление в поровой жидкости; γ_b^{-1} – объемный вес воды; ε_0 – начальный коэффициент пористости;

$$a_0(M, t) = \frac{1}{E(M, t)}$$

– коэффициент сжимаемости грунта;

$\sigma_{kk}(M, t)$ – сумма главных напряжений; n – размерность рассматриваемой задачи; ξ – коэффициент бокового давления уплот-

няемого грунтового массива; $K(M, t)$ – величина, которая учитывает вязкие свойства уплотняемого грунта и она зависит от выбранной математической модели состояния грунта; σ_{kk}^* , P^* – сумма главных напряжений и давление в поровой жидкости для стабилизированного состояния уплотняемого грунтового массива.

Ниже подчиняясь (1)-(3) составим ряд уравнений уплотнения многокомпонентных неоднородных и анизотропных по водопроницаемости грунтов с учетом нелинейной ползучести их скелета. Если уплотняемая земляная среда подчинена нелинейному закону деформирования, то функция $\Delta \varepsilon(M, t) = \varepsilon_0(M) - \varepsilon(M, t)$, согласно [5] может быть представлена так:

$$\Delta \varepsilon(M, t) = [1 + (n-1)\xi]^{-1} \{ [a_0(M, t) - K_L^*] \sigma_{kk}(M, \tau) - K_n^* f[\sigma_{kk}(M, \tau)] \} \quad (5)$$

Здесь

$$K_L^* \sigma_{kk}(M, t) = \int_{\tau_1}^t \sigma_{kk}(M, \tau) \frac{\partial a_0(M, \tau)}{\partial \tau} d\tau;$$

$$K_n^* f[\sigma_{kk}(M, t)] = \int_{\tau_1}^t f[\sigma_{kk}(M, \tau)] \frac{\partial C(M, \tau, t)}{\partial \tau} d\tau,$$

где функция $f[\sigma_{kk}(M, \tau)]$ отражает нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями. Эту функцию, согласно Н.Х. Арутюняну [1] можно представить в виде степенного закона от напряжения.

$C(M, \tau, t)$ – мера ползучести грунта.

Выражение (5) можно привести и к другому виду отделив однородную часть деформирования от неоднородной части. Для этого соотношение (5) запишем так:

$$\Delta \varepsilon(M, t) = [1 + (n-1)\xi]^{-1} \left\{ [a_0(M, t) - K_L^*] [1 + \alpha_n \eta(M)] \sigma_{kk}(M, t) - [1 + \beta_n \eta(M)] K_n^* f[\sigma_{kk}(M, t)] \right\} \quad (6)$$

Причем здесь функции $a_0(M, \tau)$ и $C(M, \tau, t)$, характеризующие упругомгновенную деформацию и деформацию ползу-

чести скелета неоднородного грунта представлены следующими математическими соотношениями:

$$a_0(M, \tau) = a_0[1 + \alpha_n \eta(M)]; \quad C(M, \tau, t) = C_0(\tau, t)[1 + \beta_n \eta(M)].$$

Здесь $\eta(M)$ - функция, зависящая от пространственных координат и отражающая неоднородность уплотняемого грунта; α_n и β_n - параметры неоднородности, характери-

зующие упругомгновенную и ползучую деформацию. Соотношения (5), (6) подставив в уравнение (1) приводим его к следующему виду

$$\begin{aligned} & a_0(t) \sigma_{KK}(M, t) - R^* f[\sigma_{KK}(M, t)] + \alpha_H \eta(M) \{a_0(t) \sigma_{KK}(M, t) - \\ & - \beta_H \alpha_H^{-1} \cdot R^* f[\sigma_{KK}(M, t)] - \beta(1 + \varepsilon_{cp}) [1 + (n-1)\xi] P(M, t) = \\ & = -\gamma_b^{-1} (1 + \varepsilon_{cp}) [1 + (n-1)\xi] \Delta P(M, t), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$R^* = \frac{\partial c(\tau, t)}{\partial \tau} \Big|_{\tau=t} - K^*, \quad K^* f = \int_{\tau_1}^t f(\tau) \frac{\partial c(\tau, t)}{\partial \tau} d\tau$$

Если иметь в виду выражение (3), то уравнение (7) представляется так

$$\begin{aligned} & \{a_0(t) + \beta(1 + \varepsilon_{cp}) n^{-1} [1 + (n-1)\xi]\} \sigma_{KK}(M, t) - R^* f[\sigma_{KK}(M, t)] + \\ & + \alpha \eta(M) \left[a_0(t) \sigma_{KK}(M, t) - \frac{\beta_n}{\alpha_n} R^* f[\sigma_{KK}(M, t)] \right] = \\ & = K(1 + \varepsilon_{cp}) [1 + (n-1)\xi] (n\gamma_b)^{-1} \Delta \sigma_{KK}(M, t) + \beta(1 + \varepsilon_{cp}) [1 + (n-1)\xi] n^{-1} \left(\frac{\sigma^*}{n} + P^* \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Данное уравнение является нелинейным и оно составлено на основе нелинейной теории ползучести. В этом уравнении фигурирует величина $f[\sigma_{KK}(M, \tau)]$, являющаяся нелинейной функцией напряжения

$\sigma_{KK}(M, \tau)$. Для выражения $f[\sigma_{KK}(M, \tau)]$ обычно принимают степенную зависимость. Решение полученного уравнения (8) ищем в следующем виде

$$\sigma_{KK}(M, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \sigma_i(M, t) \chi^i \quad (9)$$

Тогда решение нелинейного интегродифференциального уравнения консолидации сводится к определению интегралов

следующей системы линейных интегродифференциальных уравнений

$$L_{он}^{(n)} \sigma_0(M, t) = \beta n^{-1} (1 + \varepsilon_{cp}) [1 + (n-1)\xi] \left(\frac{\sigma_{KK}^*}{n} + P^* \right); \quad (10)$$

$$L_{он}^{(n)} \sigma_1(M, t) = l_{о,н}^{(n)} \sigma_0^m(M, t); \quad (11)$$

$$L_{он}^{(n)} \sigma_2(M, t) = m l_{он}^{(n)} \sigma_0^{(m-1)}(M, t) \sigma_1(M, t); \quad (12)$$

$$L_{он}^{(n)} \sigma_i(M, t) = l_{о,н}^{(n)} V_i(M, t), \quad (13)$$

где

$$L_{он}^{(n)} = L_0^{(n)} + L_n^{(n)}; \quad l_{о,н}^{(n)} = [1 + \mu(M)] l_o^{(n)}; \quad (14)$$

n - принимает значение 1, 2, 3 в зависимости от исследуемой задачи; $l_o^{(n)}$, $L_n^{(n)}$ - интегродифференциальные операторы видов

$$L_o^{(n)} = [a_o(t) + \beta(1 + \varepsilon_{cp})(1 + (n-1)\xi)n^{-1}] \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial c(M, \tau, t)}{\partial \tau} \Big|_{\tau=t} - K^*; L_n^{(n)} = a_o(t) \frac{\partial}{\partial t} - \beta_n \alpha_n^{-1} \frac{\partial c(M, \tau, t)}{\partial \tau} \Big|_{\tau=t} - \frac{\beta_n}{\alpha_n} K^*; l_o^{(n)} = \frac{\partial c(\tau, t)}{\partial \tau} \Big|_{\tau=t} + K^*; K^* f = \int_{\tau_1}^t f(\tau) \frac{\partial^2 c(\tau, t)}{\partial \tau \partial t} d\tau. \quad (15)$$

Решив эту систему уравнений применительно к конкретным задачам, затем пользуясь соотношением (3) можем определить сумму главных напряжений. Эта величина в свою очередь дает возможность находить изменение давления в поровой жидкости или напора во времени и пространственных

координат и определить осадку уплотняемого массива, находившегося под действием внешней нагрузки.

Система уравнений (10)-(15) при $\alpha_n = \beta_n = 0$ и переменном коэффициенте сжимаемости относительно пространственных координат имеет вид

$$L^{(n)} \sigma_0(M, t) = A^{(n)}(M, t) \left(\frac{\sigma_{KK}^*}{n} + P^* \right) - C_V^{(n)} \left(\frac{\sigma_{KK}^*}{n} + P^* \right); \quad (16)$$

$$L^{(n)} \sigma_1(M, t) = l^{(n)} \sigma_0^m; \quad (17)$$

$$L^{(n)} \sigma_2(M, t) = m l^{(n)} \sigma_1(M, t) \cdot \sigma_0^{m-1}(M, t); \quad (18)$$

$$L^{(n)} \sigma_i(M, t) = l^{(n)} V_i(M, t), \quad (19)$$

где

$$V_i(M, t) = \frac{1}{i \sigma_0(M, t)} \sum_{r=1}^i (r_m - i + r) \sigma_i(M, t) V_{i-r}(M, t);$$

$$V_0(M, t) = \sigma_0^m(M, t); B^{(n)}(M, t) = n \{ a_0(M, t) n + \beta(1 + \varepsilon_{cp}) [1 + (n-1)\xi] \}^{-1}; \quad (20)$$

$$A^n(M, t) = (1 + \varepsilon_{cp}) (n\gamma)^{-1} [1 + (n-1)\xi] B^{(n)}(M, t);$$

$L^{(n)}$ - интегро-дифференциальный оператор вида

$$L^{(n)} = \frac{\partial}{\partial t} - B^{(n)}(M, t) K^* - \mu B^{(n)}(M, t) \frac{\partial C(M, \tau, t)}{\partial \tau} \Big|_{\tau=t} - C_V^{(n)} \Delta;$$

$$K^* \sigma_i = \int_{\tau_1}^t \sigma_i(M, \tau) \frac{\partial}{\partial \tau} [a_0(M, \tau) + \mu C(M, \tau, t)] d\tau \quad (21)$$

Данная система уравнений соответствует состоянию уплотняемого массива, когда зависимость между суммой главных напряжений и коэффициентом пористости представляется нелинейным

Если $f[\sigma_{KK}(M, t)] = \sigma_{KK}(M, t)$, то уравнение (8) относительно порового давления $P(M, t)$ имеет вид

$$L_{O,H}^{(n)} P(M, t) = \beta(1 + \varepsilon_{cp}) n^{-1} [1 + (n-1)\xi] \left(\frac{\sigma^*}{n} + P^* \right) - L_{O,H}^{(n)} (\sigma_{KK}^* + n P^*), \quad (22)$$

$L_{O,H}^{(n)}$ - тот же интегро-дифференциальный оператор, приведенный в (11).

Выражение (22) является уравнением консолидации неоднородно-наследственно-старееющих грунтов, коэффициент фильтра-

ции которых различны в трех взаимно перпендикулярных направлениях.

Решение уравнения (22) находим при помощи метода возмущений, успешно применяемого в теории упругости неоднородных тел [6]. Согласно этому методу введем малый параметр χ следующим образом

$$\eta(M) = \chi \eta_0(M), \quad (23)$$

где $\eta_0(M)$ - некоторая непрерывная функция.
Тогда решение уравнения (22) можно представить так

$$P(M, t) = \sum_{j=0}^{\infty} P_j(M, t) \chi^j. \quad (24)$$

Здесь $P_j(M, t)$ - некоторая неизвестная непрерывная функция подлежащая определению.

Для определения этой функции выражения (23) и (24) подставим в (22), затем приравняв коэффициенты правой и левой части полученного равенства находим следующую систему уравнений

$$L_O^{(n)} P_O(M, t) = L_O^{(n)} \left(\sigma_{KK}^* / n + P^* \right); \quad (25)$$

$$L_O^{(n)} P_1(M, t) = \alpha_H \eta_O(M) L_H^{(n)} \left[P_O(M, t) - \left(\sigma_{KK}^* / n + P^* \right) \right]; \quad (26)$$

$$L_O^{(n)} P_2(M, t) = \alpha_H \eta_O(M) L_H^{(n)} P_1(M, t); \quad (27)$$

$$L_O^{(n)} P_i(M, t) = \alpha_H \eta_O(M) L_H^{(n)} P_{i-1}(M, t) \quad (28)$$

Решив систему (25)-(28) при соответствующих начальных и граничных условиях находим неизвестные функции $P_j(M, t)$, которые подставив в (24) получим расчетную формулу для определения давлений

в поровой жидкости, зависящего от пространственных координат и времени.

Если же использовать вместо функции Φ , линейную зависимость, то уравнение консолидации (8) можно привести к виду

$$\begin{aligned} \alpha_O(M, t) \sigma_{KK}(M, t) + [\dot{\alpha}_O(M, t) - K(M, t, t)] \sigma_{KK}(M, t) - \int_{\tau_1}^t \sigma_{KK}(\tau) \frac{\partial}{\partial t} K(M, \tau, t) d\tau - \\ - \beta(1 + \varepsilon_{cp}) \dot{P}(M, t) [1 + (n-1)\xi] = -\gamma_b^{-1} (1 + \varepsilon_{cp}) [1 + (n-1)\xi] \Delta P(M, t). \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь $K(M, \tau, t)$ - ядро ползучести и оно является основной характеристикой уплот-

няемой среды; В (29) $\sigma_{KK}(M, t)$ заменив его значением через поровое давление P имеем

$$\begin{aligned} L^{(n)} P(M, t) = a^{(n)}(M, t) [\sigma_{KK}^*(M, t) + n P^*(M, t)] + \\ + a^{(n)}(M, t) [\sigma_{KK}^*(M, t) + n P^*(M, t)] - a_1^{(n)}(M, t) \int_{\tau_1}^t [\sigma_{KK}^*(M, \tau) + n P^*(M, t)] K(M, \tau, t) d\tau \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\begin{aligned} a_1^{(n)}(M, t) &= \{ n a_0(M, t) + \beta(1 + \varepsilon_{cp}) [1 + (n-1)\xi] \}^{-1}; \\ a^{(n)}(M, t) &= [\dot{\alpha}_O(M, t) - K(M, t, t)] \cdot a_1^{(n)}(M, t); \\ C_V^{(n)} &= \gamma_b^{-1} (1 + \varepsilon_{cp}) [1 + (n-1)\xi] a_1^{(n)}(M, t) \end{aligned}$$

Полученное интегро-дифференциальное уравнение является уравнением консолидации анизотропных по водопроницаемости неоднородных грунтов, где учитывается линейная ползучесть.

Таким образом, все уравнения консолидации получены в неявной форме по отношению к ядру ползучести $K(M, \tau, t)$. В зависимости от $K(M, \tau, t)$ естественно эти уравнения будут иметь различный вид.

Если в уравнении (8) примем

$$f[\sigma_{KK}(M, t)] = \sigma_{KK}(M, t), a_0 = a_0(M, t), \\ \alpha_n = \beta_n = 0 \text{ и } \beta_n = 0, C(\tau, t) = 0, \text{ то на-}$$

ходим такое уравнение, которое описывает уплотнение неоднородных двухкомпонентных упругих грунтовых массивов, т.е.

$$\sigma_{KK}(M, t) = C_V^{(n)} \Delta \sigma_{KK}(M, t) + Q(M, t), \quad (31)$$

где

$$Q(M, t) = N^{(n)} a_0^{-1}(M, t) \left(\frac{\sigma_{KK}^*}{n} + P^* \right); \\ N^{(n)} = (1 + \varepsilon_{cp}) [1 + (n-1)\xi] n^{-1}$$

Уравнение (29) для неоднородного грунта при различных краевых условиях решено в [2-4, 6].

Таким образом, получен ряд уравнений консолидации неоднородных многокомпонентных упругих и упругоползучих грунтов при их линейном и нелинейном деформировании. Они в дальнейшем будут решены для различных задач консолидации, имеющих теоретическое и практическое значения в механике уплотняемых пористых сред.

Список литературы

1. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. М.: Гостехтеориздат. 1952, -323с.
2. Дасибеков А., Юнусов А.А., Сайдуллаева Н.С., Юнусова А.А. Консолидация неоднородных упругих и упругоползучих грунтов. // Международный журнал экспериментального образования.-М., 2012. - №8. – С. 67-72.
3. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Айашова А. Уплотнение наследственно-стареющих неоднородных грунтовых оснований. // Научный журнал «Фундаментальные исследования».- М., 2013. - №8, часть 2, - С. 323-331.
4. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А. Двумерное уплотнение упругоползучих неоднородных грунтовых оснований. // Научно-теоретический журнал «Успехи современного естествознания». - М., 2013. - №10, - С. 234-239.
5. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. Изд. МГУ, 1976, -с. 7-205
6. Флорин В.А. Основы механики грунтов.-М.: Гостройиздат, 1959. т.1,2.-357 с.; 1961.-543 с.