

формулировке задачи или физике моделируемого явления;

– погрешность не реагирует на размерность задачи (в конечно-разностных методах при переходе от одномерной задачи к трёхмерной количество вычислений увеличивается на два порядка, в то время как в методах Монте-Карло количество вычислений остаётся того же порядка);

– простая структура вычислительного алгоритма ( $N$  раз повторяющиеся однотипные вычисления реализаций случайной величины);

– кроме того, конструкция случайной величины  $\xi$ , вообще говоря, может основываться на физической природе процесса и не требовать обязательной, как в регулярных методах, формулировки уравнения, что для современных проблем становится всё более актуальным.

Особое место методы Монте-Карло занимают в вычислительной аэродинамике. Динамика разреженных газов описывается известным интегродифференциальным кинетическим уравнением Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi \nabla f = \int (f' \cdot f'_1 - f \cdot f_1) \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{b} \cdot d\mathbf{b} \cdot d\varepsilon \cdot d\xi_1,$$

где  $f = f(t, x, y, z, \xi_x, \xi_y, \xi_z)$  функция распределения молекул по времени, координатам и скоростям;  $f', f'_1$  – функции распределения, соответствующие скоростям молекул после столкновения;  $\xi', \xi'_1, \mathbf{g}$  – относительные скорости молекул при парных столкновениях  $\mathbf{g} = \xi - \xi_1, \xi' - \xi'_1$ ;  $\mathbf{b}, \varepsilon$  – прицельное расстояние и азимутальный угол при столкновениях частиц.

Сложная нелинейная структура интеграла столкновения и большое количество переменных (в общем случае – 7) создают существенные трудности для анализа, в том числе и численного и практически исключают конечно-разностный подход для серьёзных задач. И, в тоже время, многомерность и вероятностная природа кинетических процессов создают естественные предпосылки для применения методов Монте-Карло. Исторически развитие численных статистических методов в динамике разреженных газов шло по следующим трем направлениям: использование методов Монте-Карло для вычисления интегралов столкновения в регулярных конечно-разностных схемах решения кинетических уравнений; прямое статистическое моделирование физического явления, которое разделяется на два подхода: моделирование траекторий «пробных частиц» по Хэвиленду и моделирование эволюции «ансамбля частиц» по Бёрду; построение случайного процесса типа процедуры Уалама – Неймана, описанной в, соответствующего решению линеаризованного кинетического уравнения либо Master Equation Каца.

Вероятностная природа аэродинамики разреженных газов так важна для применения и разработки численных схем Монте-Карло естественным образом следует из общих

принципов кинетической теории и статистической физики.

В книге устанавливается связь прямого статистического моделирования аэродинамических процессов с решением кинетических уравнений и показывается, что современный этап развития вычислительных методов немаловажен без комплексного подхода к разработке алгоритмов с учётом всех особенностей решаемой задачи: физической природы процесса, математической модели, теории вычислительной математики и стохастических процессов. Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 14-11-00709).

### РЕНОРМГРУППОВЫЕ МЕТОДЫ ОПИСАНИЯ ТУРБУЛЕНТНЫХ ДВИЖЕНИЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

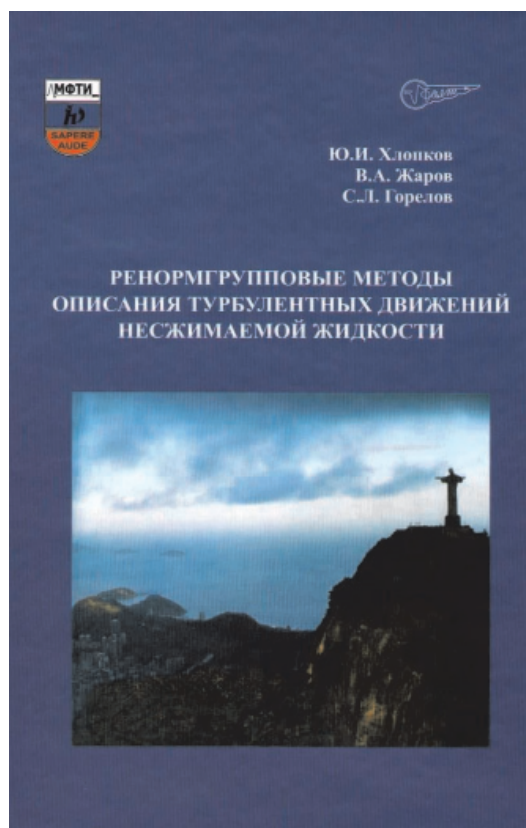
Хлопков Ю.И., Жаров В.А., Горелов С.Л.

*Московский физико-технический институт,  
Жуковский, e-mail: zayuarmyomiyint@gmail.com*

Вопросу теоретического описания турбулентных явлений посвящено множество монографий и научных статей, так как эта проблема оказывается неувыдающей вот уже в течение более 150 лет. Время от времени появляются очень яркие новые идеи и методы, которые вдохновляют многочисленных исследователей на преодоление необычайных трудностей, связанных с пониманием сути проблемы. Тем не менее практическая важность хотя бы инженерного решения этой проблемы породила огромное число полуэмпирических моделей, в которых вопрос о сути проблемы не ставится, а делается подгонка результатов под определенный набор практически важных течений. При этом делается упор на описание средних моментов низкого порядка: средняя скорость, среднее давление, средняя кинетическая энергия, средние концентрации химических компонентов и т.п. Кроме того, развивалось моделирование, мотивацией которого была невозможность точного численного описания течений с очень большими числами Рейнольдса.

В последнее время был достигнут значительный прогресс в экспериментальном и теоретическом изучении анизотропных турбулентных течений, который позволяет вернуться к исходным проблемам, связанным с существованием этого явления. Экспериментально были обнаружены когерентные структуры, которые представляют существенные элементы течений, оказывающих сильное влияние на различные физические характеристики потоков. Таким образом, течение развивалось на глобально среднем течение, когерентную структуру и стохастический компонент. Были сделаны эксперименты, которые способствовали выявлению деталей когерентных структур. Стохастический же компонент стал теоретически связываться с так называемой

фрактальной структурой множества сингулярностей поля завихренности. Сингулярная структура турбулентного поля пульсаций следует, например, из простых рассуждений.



Последние экспериментальные достижения показывают, что подобные модели не содержат ряд эффектов, которые наблюдаются в реальных потоках. После скрупулезного анализа оказалось, что подсеточные модели должны содержать эффекты переноса энергии по спектру в инерционной области, включая обратное рассеяние энергии, а также ее перераспределение между нормальными компонентами тензора напряжений. Эти эффекты являются следствием нелинейных взаимодействий и анизотропии. В монографии приводится нелинейная модель, содержащая эффекты анизотропии в пограничных течениях. Результаты, полученные при использовании этой нелинейной модели в крупномасштабном моделировании нейтрального сдвигового пограничного слоя в атмосфере, демонстрируют существенное улучшение в предсказании средних величин по сравнению с линейными моделями типа модели Смагоринского. Эти результаты показывают также сильное влияние модели на структуру течения. Кроме методов подсеточного моделирования большое распространение получили методы статистического моделирования турбулентных течений. В этих методах делается попытка феноменологически сформировать уравнение для плотности вероятности флуктуаций поля

скорости (и других параметров), которое затем решается с помощью методов Монте-Карло. Такой подход позволяет вычислять не только средние моменты низшего порядка, но и более тонкие статистические характеристики. В качестве практических достижений этих подходов можно указать на численное решение таких задач как турбулентный след за цилиндром, расплывание турбулентного пятна, профиль турбулентного пограничного слоя, обтекание обратной ступеньки и т.п.

Параллельно с указанными результативными подходами к описанию турбулентной динамики развиваются теоретические методы исследования, в которых на основе уравнений Навье – Стокса делаются попытки найти либо статистическое решение проблемы (проблема замыкания, уравнения в функциональных производных), либо используются методы динамических систем (мультифрактальная структура поля завихренности, вейвлетный анализ (фрактальное преобразование свертки)), либо используются уже зарекомендовавшие себя в исследовании критических явлений ренормгрупповые приложения теоретико-физических *асимптотических методов*, развитых в применении к описанию *динамических систем с бесконечным числом степеней свободы с возбуждением непрерывного спектра масштабов*.

Различные варианты этого метода приведены в настоящем обзоре. Детали метода очень громоздки. Однако суть некоторых его вариантов можно пояснить на примере метода Гаусса вычисления эллиптического интеграла (в РГ методах тоже вычисляются интегралы для нахождения средних по ансамблю величин, только эти интегралы являются, вообще говоря, континуальными) с помощью арифметико-геометрического среднего). До недавнего времени работы последней группы рассматривались как чрезмерно абстрактные, имеющие чисто методологическую ценность. Однако работа Орзага и Яхота 1986 года показала, что это не так, хотя и вызвала бурю отрицательных откликов теоретиков. В этой работе развит вариант ренормгруппового метода (РГ) для описания гидродинамической турбулентности. Эта процедура, использующая динамическое подобие и инвариантность вместе с итерационными методами теории возмущений, позволяет вычислить коэффициенты переноса и определить уравнение переноса для крупномасштабных (медленных) мод. РГ-теория не содержит экспериментально определяемых параметров и дает численные значения для констант турбулентных течений. Ими была получена модель типа модели Смагоринского, которая, как уже указывалось, не содержит ряд явлений, без которых невозможно корректное описание турбулентного движения жидкости. Тем не менее возможность использовать мощный теоретический аппарат для вы-

вода уравнений медленных движений жидкости была взята на вооружение многими авторами. Развитие этих методов привело к реальной возможности аналитического вывода уравнений динамики длинноволновой составляющей турбулентных течений и коэффициентов, входящих в них, не прибегая к экспериментальным данным. В монографии рассмотрены наиболее перспективные методы вывода подобных уравнений движения несжимаемой турбулентной жидкости и вопросы, возникающие в связи с ними с точки зрения традиционных асимптотических методов механики.

В связи с этим интересно отметить результаты работы и др., в которых на основе одного из вариантов ренормгруппового метода, так называемого метода рекурсивной ренормгруппы, теоретически были получены уравнения движения жидкости с нелинейной связью тензора напряжений и тензором скоростей деформации т.е. сильно отличные от моделей типа моделей Смагоринского. В этих работах представлен альтернативный вариант РГ-теории (так называемая рекурсивная РГ (r-РГ) теория) подсеточного моделирования турбулентности, который не зависит от порядка выполнения подсеточного осреднения. Явным образом рассмотрены релевантная аппроксимация, пертурбативное упорядочение и процесс усреднения. В частности, показано, что появляется нелинейность высокого порядка, возникающая в r-РГ уравнениях Навье – Стокса, которая не превосходит третьего порядка на желаемом уровне пертурбативных возмущений. Более того, эти члены с тройным произведением компонентов скорости появляются в том же самом порядке, что и вихревая вязкость, которая генерируется в процессе РГ-процедуры исключения подсеточных масштабов. Эти нелинейности третьего порядка играют также большую роль в уравнении баланса энергии в связи с соответствующим процессом переноса энергии, возникающей в аналитической формулировке вихревой вязкости, которая согласуется с вихревой вязкостью в теориях замыкания и результатами численных расчетов исходных уравнений. Это также подтверждено с помощью непосредственного анализа как методом моделирования крупных вихрей, так и анализом данных поля скорости, полученных методом прямого численного моделирования. Более того, показано, что индуцированные РГ тройные нелинейности приводят к появлению обратного потока энергии, отраженного от малых масштабов в направлении больших масштабов, что находится в согласии с последними достижениями теории замыкания и результатами численного моделирования. Полученные уравнения затем были использованы, например, для описания отрывного течения обратной ступеньки. Работа выполнена при поддержке РФФИ (Грант № 14-11-00709).

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОГНИТИВНОГО ПОДХОДА НА ЭТАПЕ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО ПРОЕКТИРОВАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Хлопков Ю.И., Чернышев С.Л.,  
Зея Мью Мьинт, Хлопков А.Ю.

*Московский физико-технический институт,  
Жуковский, e-mail: zauryarmyomiyint@gmail.com*

Этап предварительного проектирования летательных аппаратов (ЛА) характеризуется необходимостью создания эффективных, необязательно высокоточных, но быстродействующих и не дорогих методов получения характеристик аэротермодинамики, динамики, прочности, систем управления ЛА. Как правило, наиболее эффективным способом создания таких методов является когнитивный подход.

Когнитивные технологии являются достижениями развития теории самоорганизации, компьютерных информационных систем, нейронауки и ряда других научных направлений. Когнитивная информатика является междисциплинарным исследованием когнитивных и информационных наук, которая исследуют информации механизмов и процессов естественного интеллекта (человеческого мозга и разума), и их инженерные приложения с помощью междисциплинарного подхода (искусственный интеллект, современная информатика, информатика, искусственный интеллект, кибернетика, когнитивная наука, нейропсихология, медицинская наука, философия, формальная лингвистика и наука о жизни). Когнитивная наука выделяет системы представления знаний на три основных типов: системы правил – понятия и процедуры, закодированные в виде правил типа условие действия. Такого типа чаще всего применяются в промышленных экспертных системах; семантические сети – связь сложной сетью (род – вид, часть – целое, логические и функциональные связи); структуры отношений – знаний, наиболее популярна теория фреймов М. Минского. Теория представляет собой некую информацию, на основе которой человек строит прогнозы, а также соотносит свое поведение. Большое внимание когнитивного подхода уделяется вопросам понимания естественного языка, компьютерного перевода, проблемам компьютеризации общества и теории искусственного интеллекта. Когнитивный подход может рассматриваться как трамплин, позволяющий преодолеть невидимые барьеры, которые нередко возникают между людьми, говорящими и мыслящими на разных языках. После второй мировой войны с бурным развитием кибернетики и вычислительной техники появились первых думающих машин, пытающихся решать логические задачи, играть в шахматы, понимать устную и письменную