ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКИМ МЕТОДАМ ИССЛЕДОВАНИЯ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Хлопков Ю.И., Жаров В.А., Горелов С.Л.
Московский физико-технический институт, Жуковский, e-mail: zayyarmyomyint@gmail.com

Вопросу теоретического описания турбулентных явлений посвящено множество монографий и научных статей, так как эта проблема оказывается неувядающей вот уже в течение более 150 лет. Время от времени появляются очень яркие новые идеи и методы, которые вдохновляют многочисленных исследователей на преодоление необычайных трудностей, связанных с пониманием сути проблемы. Тем не менее практическая важность хотя бы инженерного решения этой проблемы породила огромное число полуэмпирических моделей, в которых вопрос о сути проблемы не ставится, а результаты ориентируются на определенный набор интересных для технических приложений течений. При этом делается упор на описание средних моментов низкого порядка: средняя скорость, среднее давление, средняя кинетическая энергия, средние концентрации химических компонентов и т. п. Кроме того, развивалось моделирование, мотивацией которого была невозможность точного численного описания течений при очень больших числах Рейнольдса.

В последнее время достигнут значительный прогресс в экспериментальном и теоретическом изучении анизотропных турбулентных течений, который позволяет вернуться к исходным проблемам, связанным с существом этого явления. Экспериментально обнаружены когерентные структуры, которые представляют существенные элементы течений, оказывающие сильное влияние на различные физические характеристики потоков. Таким образом, течение разбивается на глобально среднее течение, когерентную структуру и стохастический компонент. Были сделаны эксперименты, которые способствовали выявлению деталей когерентных структур. Стохастический же компонент стал теоретически связываться с так называемой фрактальной структурой множества сингулярностей поля завихренности.

Сингулярность поля пульсаций с самого начала проблемы обыгрывалась по аналогии с кинетической теорией газов, т.е. несжимаемая жидкость рассматривалась как ансамбль жидких частиц – молей. При этом течение определяется хаотическим движением молей, каждый из которых обладает собственной скоростью и координатой. Изменение характера течения в целом, например, поля средних скоростей происходит из-за турбулентного перемешивания молей с разными собственными скоростями. Вообще любая характеристика течения является усреднением аналогичных характеристик молей, составляющих данный поток. Аналогию между молярным перемешиванием в турбулентном потоке и молекулярным переносом в газах использовали еще Буссинеск и Прандтль для вывода известных формул турбулентного трения.

Большим вкладом в развитие теории турбулентности явилась каскадная теория передачи энергии по спектру турбулентных пульсаций, т.е. передача энергии от больших масштабов к меньшим. Колмогоров и Обухов придали этой теории в однородном и изотропном случае аналитический вид, воспользовавшись теорией размерности и подобия. Результаты были экспериментально подтверждены с большой степенью точности. С тех пор для течений с большими числами Рейнольдса изотропная и однородная турбулентность рассматривается как основная составляющая, хотя и допускается существование ситуаций, в которых спектр энергии еще не установился.

Главный вывод этой теории – наличие инерционной области спектра по волновым числам $к: 1/L << K << (1/L)\mathrm{Re}^{3/4}$, в которой вязкие эффекты диссипации энергии несущественны, благодаря чему спектральная плотность энергии изменяется в зависимости от волнового числа по закону «–5/3». Включение этого элемента в динамику жидкости приводит к появлению моделей с некоторой феноменологической связью тензора напряжений с тензором скоростей деформаций дополнительными уравнениями, наподобие указанных выше, а также к некоторому числу дополнительных уравнений для величин типа турбулентной энергии, скорости диссипации и т.п. (например, K-ε модель). Однако практика показала, что подобные модели имеют узкую область применения. С изменением области применения меняются и константы, входящие в эти уравнения, которые надо снова определять экспериментально. Кроме того, для течений типа пограничного слоя возникали трудности с удовлетворением граничных условий на твердых поверхностях.

Более последовательное, на наш взгляд, направление построения моделей для течений с большими числами Рейнольдса связано с так называемым *подсеточньш моделированием,* смысл которого связан с тем, чтобы оставить в уравнениях гидродинамики только масштабы, превосходящие размеры расчетной сетки (разрешенные масштабы). Это уменьшает количество степеней свободы до разумной величины и позволяет использовать современную вычислительную технику для определения средних полей течения. Размер расчетной сетки выбирают так, чтобы соответствующее ей волновое число находилось в инерционной области, и вводится некоторая связь тензора напряжений с элементами поля течения. Так, например, в модели Смагоринского вводится линейная связь между тензором напряжений и тензором скоростей

деформации. Коэффициент вязкости заменяется на коэффициент турбулентной вязкости, который определяется из осреднения подсеточных пульсаций, т.е. пульсаций, размер которых меньше размера сетки. К исходным уравнениям могут быть добавлены несколько дополнительных уравнений, например, для подсеточной кинетической энергии и т.п. Уравнения решаются по времени относительно разрешенных переменных, при этом пульсации с подсеточными частотами отфильтровываются с помощью того или иного фильтра, а то, что остается, усредняется по времени. В этом их главное отличие от моделей типа *Буссинеска или Прандтля*, которые можно использовать и в стационарных постановках.

Однако практика показала, что сильно анизотропные течения, такие, как течение в пограничном слое или в слое смешения, не ухватываются такими теориями, приводя к неправильному профилю скорости и другим эффектам. Последние экспериментальные достижения показывают, что подобные модели не содержат ряд эффектов, которые наблюдаются в реальных потоках. После скрупулезного анализа оказалось, что подсеточные модели должны содержать эффекты переноса энергии по спектру в инерционной области, включая обратное рассеяние энергии, а также ее перераспределение между нормальными компонентами тензора напряжений. Эти эффекты являются следствием нелинейных взаимодействий и анизотропии. Результаты, полученные при использовании нелинейной модели в крупномасштабном моделировании нейтрального сдвигового пограничного слоя в атмосфере, демонстрируют существенное улучшение в предсказании средних величин по сравнению с линейными моделями типа модели Смагоринского. Эти результаты показывают также сильное влияние модели на структуру течения.

Описаны результаты теоретических исследований, связанных с решением задачи об изотропной и однородной турбулентности. Приводится простое физическое введение в сущность явления, дается краткое описание математических методов, позволяющих описывать системы с бесконечным числом степеней свободы. Кроме того, подводится итог применения этих методов для описания однородной и изотропной турбулентности. Рассмотрены парадоксы и особенности этих методов. Все это дает хорошую основу для понимания и применения современных математических подходов к решению задач о турбулентном движении жидкости.

В данной книге не дано полное обоснование теоретических методов, а в области эксперимента не описана вся его сложность и привлекательность. В связи с этим заметим, что в последние два десятилетии обнаружилось, что движение жидкости, являющейся сложнейшей естественной нелинейной системой, необычайно богато удивительными явлениями. Это справедливо для простых жидкостей даже при малых числах Рейнольдса, но это справедливо в гораздо большей степени для гетерогенных систем, особенно в турбулентном режиме. В последнем случае уменьшение турбулентного трения за счет введения полимерной добавки – наиболее яркий пример, в котором турбулентное трение может быть уменьшено на 95%. В этом явлении мы встречаемся с макроскопическим аналогом явления сверхтекучести, который можно наблюдать в лабораторных условиях при нормальной температуре. Возможно, поскольку линейные проблемы уже решены в физике, и традиционные области физики конденсированного состояния превратились в электротехнику, материаловедение или инженерные науки, ученые в области фундаментальных наук могут с большей энергией обратиться к исследованиям макроскопического движения жидкости. Нам представляется, что это то направление, в котором каждый может найти область применения. Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект № 14-11-00709).

МЕТОДЫ МОНТЕ-КАРЛО И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ В МЕХАНИКЕ И АЭРОДИНАМИКЕ (учебное пособие)

Хлопков Ю.И., Горелов С.Л.

Московский физико-технический институт, Жуковский, e-mail: zayyarmyomyint@gmail.com

Учебное пособие представляет собой изложение основ статистического моделирования и приложение их к решению различных задач математики и механики. Пособие является дополнением к курсу лекции, читаемому в факультете аэромеханики и летательной техники МФТИ, может быть использовано при самостоятельном изучении. Изложение материала пособия построено таким образом, что постепенно вводит обучаемого в круг понятие нетрадиционных методов вычислительной математики. В приложении дают задачи, которые можно использовать для самоконтроля. Пособие предназначено для студентов, аспирантов, преподавателей и инженеров.

Метод Монте-Карло является численным методом моделирования широкого круга явлений и решения математических задач, связанный с получением и преобразованием случайных чисел. Создателями метода принято считать американских математиков Дж. Неймана и С. Улама в соответствии с работой 1949 г. Благодаря этой работе в науку прочно вошел термин Монте-Карло.

На основное развитие методов Монте-Карло началось с середины 50-х годов после международной конференции по мирному использованию атомной энергии работами совет-