ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ СИСТЕМОЙ, ОПИСЫВАЮЩЕЙ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОУПРУГОЙ СРЕДЫ

Артемов М.А., Бердзенишвили Г.Г.,
Якубенко А.П.

*Воронежский государственный университет,
Воронеж, e-mail: artemov_m_a@mail.ru*

Оптимальное управление течением вязкоупругих сред представляет интерес, как в теоретических исследованиях, так и при решении многих прикладных задач. В данной заметке обсуждаются условия, при которых разрешима нелинейная система, описывающая оптимальное управление течением жидкости типа Олдройда [1] в ограниченной области трёхмерного пространства. Постановка задачи оптимизации обобщает известные постановки А.В. Фурсикова [2] для системы уравнений Навье–Стокса. В качестве управляющих параметров используются внешняя сила $\mathbf{f}$, действующая на поток, и распределение скоростей $\mathbf{v}$ на границе области, в которой происходит течение. Управляющие параметры выбираются из заданного множества пар допустимых управлений. При надлежащем выборе функциональных пространств и обобщённой (слабой) формулировке соответствующей краевой задачи (по поводу определения слабых решений для модели Олдройда см. [3–6]) удается установить разрешимость управляемой системы, т. е. показать существование допустимых пар «управление–состояние». Следующий шаг – это решение задачи оптимизации, т. е. нахождение пары «управление–состояние», на которой достигается минимум заданного функционала качества. Основной результат работы: если множество допустимых управлений ограничено и замкнуто в соответствующем пространстве, функционал качества ограничен снизу, слабо полунепрерывен снизу и удовлетворяет условию коэрцитивности (см. условие (5.10) в [2]), то задача оптимизации разрешима и множество решений слабо замкнуто.

Отметим, что близкая по постановке задача оптимизации рассматривается в [7]. Кроме того, в работе [8] установлена аппроксимативная управляемость (с границы) для линеаризованных уравнений модели Олдройда.

Список литературы

1. Joseph D.D. Fluid Dynamics of Viscoelastic Liquids. Berlin, Springer-Verlag, 1990. – 754 p.
2. Фурсиков А.В. Задачи управления и теоремы, касающиеся однозначной разрешимости смешанной краевой задачи для трехмерных уравнений Навье–Стокса и Эйлера // Математический сборник. – 1981. – Т. 115, № 2. – С. 281–306.
3. Турганбаев Е.М. Начально-краевые задачи для уравнений вязкоупругой жидкости типа Олдройда // Сибирский математический журнал. – 1995. – Т.36, № 2. – С. 444–458.
4. Барановский Е.С. Неоднородная краевая задача для стационарных уравнений модели Джеффриса движения

вязкоупругой среды // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2012. – Т. 15, № 3. – С. 16–23.

5. Барановский Е.С. О стационарном движении вязкоупругой жидкости типа Олдройда // Математический сборник. – 2014. – Т. 205, № 6. – С. 3–16.

6. Барановский Е.С. Задача оптимального управления стационарным течением среды Джеффриса при условии проскальзывания на границе // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2014. – Т. 17, – № 1. – С. 18–27.

7. Барановский Е.С. Задача оптимального граничного управления для уравнений движения полимерных растворов // Математические труды. – 2013. – Т. 16, № 2. – С. 13–27.

8. Doubova A., Fernandez-Cara E. On the control of viscoelastic Jeffreys fluids // Systems & Control Letters. – 2012. – Vol. 21. – P. 573–579.

НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДИНАМИКИ ЖИДКОСТИ КЕЛЬВИНА-ФОЙГТА В УСЛОВИЯХ РЕГУЛЯРНОГО СКОЛЬЖЕНИЯ НА ГРАНИЦЕ

Артемов М.А., Бабкин С.В., Крыжко И.Б.

*Воронежский государственный университет,
Воронеж, e-mail: artemov_m_a@mail.ru*

В заметке обсуждается начально-граничная задача для системы уравнений, определяющей динамику вязкоупругой жидкости типа Кельвина-Фойгта [1] в предположении, что на границе области течения имеет место регулярное проскальзывание [2]. Модель движения жидкости Кельвина-Фойгта представляет собой систему уравнений третьего порядка, не разрешенную относительно старшей производной по времени. Эта система регуляризует трехмерные нестационарные уравнения Навье–Стокса при больших градиентах скоростей [3]. Условие регулярного проскальзывания предполагает, что мгновенная ось вращения жидкости в каждой точке границы совпадает с вектором нормали к границе.

Основной результат работы: теорема о существовании и единственности слабого глобального по времени решения. Для построения слабого решения используется метод Фаэдо-Галлеркина. Для приближенных решений удается получить более сильные, чем в случае уравнений Навье–Стокса, априорные оценки. Это связано с наличием в уравнениях движения жидкостей Кельвина-Фойгта нестационарных членов, учитывающих релаксационные свойства среды. На основе полученных оценок и обобщенной теоремы Асколи [4] доказана сходимость приближенных решений к слабому решению исходной задачи. Кроме того, установлена единственность слабого решения.

Отметим, что однозначная разрешимость начально-граничной задачи для уравнений движения жидкости Кельвина-Фойгта с однородным граничным условием установлена А.П. Осоловским [3]. Задачи с неоднородными граничными условиями для этой модели и некоторых её обобщений рассматриваются в работах [5–9].