«Новые технологии в образовании», Ямайка, 16–26 апреля 2015 г.

Педагогические науки

КЕЙС-МЕТОД В ОБУЧЕНИИ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ КУРСУ «ТИПИЧНЫЕ ОШИБКИ, ИХ ПРИЧИНЫ И ПУТИ ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ»

Далингер *В.А.*

Омский государственный педагогический университет, Омск, e-mail: dalinger@omgpu.ru

Кейс-метод (метод case-study) относится к интерактивным методам обучения. Этот метод представляется как наиболее эффективная современная образовательная технология в форме проблемно-ситуативного обучения, и относится к неигровым активным имитационным методам обучения.

Сущность кейс-метода заключается в активной самостоятельной деятельности обучающихся по разрешению противоречий в искусственно созданной профессиональной среде, которая позволяет группировать теоретические знания, практические навыки и накопленный жизненный опыт.

Непосредственной целью метода-кейса является: совместными усилиями студентов группы проанализировать ситуацию – case, возникающую при конкретном положении дел, выработать практическое решение [1, 2, 6, 8].

Кейсы классифицируют по различным признакам. Приведем разновидности кейсов в зависимости от различных признаков: по сложности (иллюстративные учебные ситуации; учебные ситуации, в которых преследуется цель формулирования проблемы); исходя из цели *и* задач процесса обучения (кейсы, обучающие решению проблем и принятию решений; кейсы иллюстрирующие решение проблемы); по наличию сюжета (сюжетные, бессюжетные); по степени взаимодействия основных источников (практические, обучающие, научно-исследовательские) и др.

Выделяют различные виды анализа кейсов: проблемный анализ (предполагает осознание сущности, специфики той или иной проблемы и путей ее разрешения); причинно-следственный анализ (его основными понятиями выступают «причина» и «следствие»); прогматический анализ (предполагает осмысление того или иного объекта, процесса, явления с точки зрения более эффективного использования в практической жизни); аксиологический анализ (предполагает анализ того или иного объекта, процесса, явления в системе ценностей); ситуационный анализ (основывается на совокупности приемов и методов осмысления ситуации, ее структуры, определяющих ее факторов, тенденций развития и т.п.); прогностический анализ (предполагает не разработку, а использование моделей будущего и путей его достижения); рекомендательный анализ (ориентирован на выработку рекомендаций, относительно поведения действующих лиц в некоторых ситуациях); программно-целевой анализ (представляет собой дальнейшее развитие рекомендательного анализа в аспекте выработки программы достижения определенной цели).

Обсуждение кейсов может основываться на двух методах. Один из них носит название традиционного Гарвардского метода – открытая дискуссия. Другой метод связан с индивидуальным или групповым опросом [6].

Особое место в организации дискуссии при обсуждении и анализе кейса принадлежит использованию метода генерации идей, получившего название «мозговой атаки» или «мозгового штурма». Метод «мозгового штурма» выступает в качестве важнейшего средства развития творческой активности студентов в процессе обучения. Этот метод необходимо применять при возникновении у группы студентов реальных затруднений в осмыслении ситуации, как средство повышения активности обучающихся.

Кейс можно предложить студенту не только на занятиях, но и перед экзаменом, либо прямо на экзамене.

Источниками сюжетов для кейсов могут стать: проблемы общественной жизни; проблемы образования; проблемы науки.

Организация обсуждения кейса предполагает формулирование перед студентами вопросов, включения их в дискуссию (вопросы обычно следует предлагать студентам вместе с кейсом).

Важную роль играет представление результатов анализа кейса, которое вырабатывает навыки публичного общения, формирование у студентов своего собственного имиджа.

Завершая занятие, нельзя упускать из вида подведение итогов дискуссии. Преподаватель должен вновь взять контроль над ходом занятия в свои руки, обобщить проделанную работу, выделить в ней слабые и сильные стороны, назвав лучших и наиболее пассивных участников дискуссии, определить степень достижения поставленных учебных и воспитательных целей, указать конкретное задание для самостоятельной работы, объявить конечную оценку и ответить на возникшие в ходе занятия вопросы студентов.

Мы в данной статье рассмотрим использование метода кейсов в обучении будущих учителей математики курсу «Типичные ошибки по математике, их причины и пути предупреждения» (магистратура).

Приведем примеры кейсов (по указанным выше источникам сюжета – это кейсы, исходящие из проблем обучения).

Кейс 1. В задании может содержаться математическая ошибка (как в условии задачи, так и в ответе и решении). Если некорректно условие задачи, то объясните, почему это так. Если неверно только решение, то укажите все ошибки и приведите верное решение.

Задача. Найдите два натуральных числа, сумма которых равна 119, а разность квадратов – простое число.

Решение

Пусть a и b – искомые числа, тогда $a+b=119$ и число a^2-b^2 – простое число. Так как $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, то $a-b=1$.

Решая систему уравнений

$$\begin{cases} a+b=119, \\ a-b=1, \end{cases}$$

получим, что $a=60,\ \ b=59$.

Ответ: $a=60,\ \ b=59$.

Студенты должны прийти к выводу, что таких чисел нет. Если $a-b=1$, то $a^2-b^2=a+b=119=7\cdot 17$, то есть 119 – составное число.

Это можно в равной степени трактовать либо как некорректность условия (сумма чисел должна быть простым числом), либо как ошибку в «решении» и «ответе» (после разложения на множители можно сразу делать вывод, что искомых чисел не существует).

Кейс 2. Приведено решение уравнения

$$\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{3x+1}=\sqrt[3]{x-1}.$$

Решение

Областью определения уравнения являются все действительные числа. Возведем обе части этого уравнения в куб. Будем иметь:

$$x+1+3\sqrt[3]{(x+1)^2}\,\sqrt[3]{3x+1}+3\sqrt[3]{(3x+1)^2}\,\sqrt[3]{x+1}+3x+1=x-1;$$

$$x+1+3x+1+3\cdot\sqrt[3]{x+1}\cdot\sqrt[3]{3x+1}\cdot(\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{3x+1})=x-1;$$

$$\sqrt[3]{x+1}\cdot\sqrt[3]{3x+1}\cdot(\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{3x+1})=-x-1.$$

В последнее уравнение входит выражение $\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{3x+1}$, являющееся левой частью исходного уравнения. Заменим это выражение выражением, стоящим в правой части уравнения. Будем иметь $\sqrt[3]{x+1}\cdot\sqrt[3]{3x+1}\cdot\sqrt[3]{x-1}=-(x+1)$.

Возведем обе части последнего уравнения в куб:

$$(x+1)(3x+1)(x-1)=-(x+1)^3;\ \ 4x^2(x+1)=0,$$

откуда $x_1=0,\ x_2=-1$.

Обсуждая предложенное решение, студенты должны прийти к выводу о том, что $x_1=0$ – посторонний корень и что он появился из-за замены выражения $\sqrt[3]{x+1}+\sqrt[3]{3x+1}$ ему нетождественно равным выражением $\sqrt[3]{x-1}$. об этом более подробно читатель сможет прочитать в нашей работе [3].

Кейс 3. Задачу «Вычислить значение выражения $\sqrt{6-t}+\sqrt{5-t}$, если известно, что $\sqrt{6-t}-\sqrt{5-t}=4$ студент решил следующим образом.

Решение

Положим, что $\sqrt{6-t}+\sqrt{5-t}=x$. Умножим почленно это равенство на равенство $\sqrt{6-t}-\sqrt{5-t}=4$, будем иметь: $6-t-5+t=4x$, откуда следует $x=\dfrac{1}{4}$.

В задании может содержаться математическая ошибка (как в условии задачи, так и в ответе и решении). Если некорректно условие задачи, то объясните, почему это так. Если неверно только решение, то укажите все ошибки и приведите верное решение.

В результате обсуждения студенты должны прийти к выводу, что задание сформулировано некорректно. Действительно. Найдем непосредственно t из заданного в условии задачи равенства

$$\sqrt{6-t}-\sqrt{5-t}=4;$$

$$\sqrt{6-t}=\sqrt{5-t}+4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6-t=16+8\sqrt{5-t}+5-t \\ t\le 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8\sqrt{5-t}=-15 \\ t\le 5 \end{cases}.$$

Видно, что в левой части уравнения стоит арифметический квадратный корень, а по определению он неотрицательный. Так как правая часть уравнения отрицательна, а ее левая часть неотрицательна, то уравнение корней не имеет, а это значит, что невозможно и найти значение выражения $\sqrt{6-t}+\sqrt{5-t}$.

Кейс 4. Предложено пять способов решения одного и того же тригонометрического уравнения $\sin x+\cos x=1$. Студенту предлагается указать какие решения ошибочны и в каких записанных ответах содержатся ошибки.

Способ 1. Возведем обе части уравнения в квадрат. Будем иметь:

$$\sin^2 x+\cos^2 x+2\sin x\cos x=1;$$

$$1+2\sin x\cos x=1;\ \sin 2x=0;\ 2x=\pi n,$$

$$n\in Z;\ x=\frac{\pi n}{2}, n\in Z.$$

Ответ: $x=\dfrac{\pi n}{2}, n\in Z$.

В результате анализа предложенного решения, студент должен прийти к выводу, что получены посторонние корни, так как при возведении в квадрат вместо равносильного уравнения получается уравнение следствие.

Способ 2. Воспользуемся формулами синуса и косинуса двойного угла и основным тригонометрическим тождеством. Будем иметь

$$2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2}-\sin^2\frac{x}{2}=\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2};$$

$$2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}=2\sin^2\frac{x}{2}.$$

Разделим обе части последнего уравнения на $2\sin^2\frac{x}{2}$. Будем иметь:

$$c\,\mathrm{tg}\frac{x}{2}=1;\ \frac{x}{2}=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z.$$

Ответ: $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z$.

Обсуждая ситуацию, студенты должны прийти к выводу о том, что потеряна часть корней при решении однородного уравнения: значения переменной, для которых $\sin\frac{x}{2}=0$, также являются корнями исходного уравнения.

Способ 3. Используя формулу тангенса половинного угла, будем иметь:

$$\frac{2\,\mathrm{tg}\frac{x}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}+\frac{1-\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}}=1;$$

$$2\,\mathrm{tg}\frac{x}{2}+1-\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}=1+\mathrm{tg}^2\frac{x}{2}$$

то есть

$$2\,\mathrm{tg}\frac{x}{2}(1-\mathrm{tg}\frac{x}{2})=0;\ \mathrm{tg}\frac{x}{2}=0\ \text{или}\ 1-\mathrm{tg}\frac{x}{2}=0,$$

откуда

$$\frac{x}{2}=\pi n, n\in Z\ \text{или}\ \frac{x}{2}=\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z.$$

Ответ: $x=2\pi n, n\in Z, x=\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z$.

Анализ, проведенный студентами, должен показать им, что ответ верный и что прежде чем использовать формулы, выражающие синус и косинус через тангенс половинного угла, необходимо проверить, что значения *x*, при которых $\mathrm{tg}\frac{x}{2}$ не определен, не являются решениями исходного уравнения. Для $x=\pi+2\pi m, m\in Z$ – это действительно выполняется, поэтому указанная ошибка не повлияла на ответ.

Способ 4. Умножив обе части уравнения на $\frac{\sqrt{2}}{2}$, студенты будут иметь:

$$\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$\sin\frac{\pi}{4}\sin x+\cos\frac{\pi}{4}\cos x=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

откуда

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2},\ x-\frac{\pi}{4}=\pm\frac{\pi}{4}+2\pi k, k\in Z;$$

$$x=2\pi k, k\in Z\ \text{и}\ x=\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z.$$

Ответ: $x=2\pi k, k\in Z$ и $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in Z$.

В результате анализа ситуации студенты должны осознать, что неграмотно записан ответ: союз «и» здесь неуместен, так как означает пересечение множеств, а должно быть объединение.

Способ 5. Используя основное тригонометрическое тождество, студенты записывают исходное уравнение в виде

$$\sin x+\cos x=\sin^2 x+\cos^2 x;$$

$$\sin x(1-\sin x)+\cos x(1-\cos x)=0.$$

Используя условие, которое вытекает из исходного уравнения ($\sin x+\cos x=1$), будем иметь $\sin x\cos x+\cos x\sin x=0$, откуда

$$\sin 2x=0;\ 2x=\pi n, n\in Z;\ x=\frac{\pi}{2}n, n\in Z.$$

Ответ: $x=\frac{\pi}{2}n, n\in Z$.

Анализ приведенного решения должен привести студентов к выводу о том, что получены посторонние корни, так как выполненная замена также привела к уравнению следствию.

Материал для таких кейсов можно найти в наших работах [4, 5].

Список литературы

1. Гумметова А.Ю. Кейс-метод как современная технология личностно-ориентированного обучения // Учительский портал [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.uchportal.ru/pybl/15-1-0-507.
2. Давыденко В. Чем «кейс» отличается от чемоданчика? // Обучение за рубежем. – 2009. – № 7. – С. 13-19.
3. Далингер В.А. об одном замечании по поводу появления посторонних корней уравнения // Математика в школе. – 2013. – № 9. – С. 32-35.
4. Далингер В.А. Все для обеспечения успеха на выпускных и вступительных экзаменах по математике: типичные ошибки, допускаемые на экзаменах, и способы их предупреждения: учебное пособие. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 1995. – 167 с.
5. Далингер В.А. Начала математического анализа: типичные ошибки, их причины и пути предупреждения: учебное пособие. – Омск: Изд-во ООО «Издатель-Полиграфист», 2002. – 158 с.
6. Долгоруков А.М. Case-stady как способ понимания // Практическое руководство для тьютера системы открытого образования на основе дистанционных технологий. – М.: Центр интенсивных технологий образования. – 2002. – С. 21-44.
7. Загвязинский В.И. Инновационные процессы в образовании и педагогическая наука // Инновационные процессы и образование: сборник научных трудов. – Тюмень, 1990. – С. 8.
8. Калинина М. Метод case-stady: «разбор конкретных ситуаций» // Компания. – 1998. – № 43. – С. 24-29.
9. Ларионова И.М. Кейс-метод как современная технология личностно-ориентированного обучения // Социальная сеть работников образования nsportal.ru [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://nsportal.ru/forum/biologija/2012/06/14/keus-metod.-kak,-sovremennaya.-tekhnologija-lichnostno-orientirovannogo
10. Покушалова Л.В. Метод case-stady как современная технология профессионально-ориентированного обучения студентов // Молодой ученый. – 2011. – № 5. – С. 155-157.