

УДК 378.147

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ РЕШЕНИИ НЕСТАНДАРТНЫХ ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

¹Акимова И.В., ²Титова Е.И.¹ФГОУ ВПО «Пензенский государственный университет», Пенза;²ФГОУ ВПО «Пензенский государственный университет архитектуры и строительства», Пенза,
e-mail: ulrih@list.ru

В данной статье рассматривается работа с так называемыми нестандартными (аномальными) задачами. Вводится понятие «нестандартная задача», описываются их основные типы. Далее авторы рассматривают возможности решения данных задач с использованием информационных технологий. В качестве такого информационного средства предлагается математический пакет GeoGebra.

Ключевые слова: нестандартная задача, информационные технологии, математический пакет GeoGebra

USE OF INFORMATION TECHNOLOGIES AT THE SOLUTION OF NON-STANDARD TASKS IN MATHEMATICS

¹Akimova I.V., ²Titova E.I.¹Penza State University, Penza;²Penza State University of Architect and Build, Penza, e-mail: ulrih@list.ru

In this article it considered the work with so-called non-standard (abnormal) task. The concept «non-standard task» is entered, their main types are described. Further authors show the possibilities of the solution of these tasks with use of information technologies. They offered as such information means the mathematical GeoGebra package.

Keywords: non-standard task, information technologies, mathematical GeoGebra package

Рассмотрим применение нестандартных (аномальных) задач и методику их решения с использованием информационных технологий на уроках математики в школе. Использование информационных технологий позволяет «раскрыть» суть аномальной задачи, наглядно продемонстрировать недостаточность наших знаний или данных при ее решении. Из всего множества видов информационных средств наш выбор пал на свободно распространяемый математический пакет GeoGebra.

Выделим основные задачи – задачи с не-

1. Неопределённые задачи – задачи с неполным условием, в котором для получения конкретного ответа не хватает одной или нескольких величин или каких-то указаний на свойства объекта или его связи с другими объектами.

В этих задачах отсутствуют некоторые данные, вследствие чего дать точный ответ на вопрос задачи не представляется возможным. При введении этих данных точный ответ может быть получен. Такие задачи направлены на выявление некоторых особенностей умственного восприятия школьниками математической задачи.

Примеры такого рода задач:

Поезд состоит из цистерн, товарных вагонов и платформ. Цистерн на 4 меньше, чем платформ, и на 8 меньше, чем товарных вагонов. Сколько в поезде цистерн, товарных вагонов и платформ? (Неизвестно общее число их.)

Сколько нужно взять кипящей воды и воды комнатной температуры, чтобы получить 10 л воды с температурой 58°? (Неизвестно, что понимать под комнатной температурой.)

Класс получил общие и простые тетради – всего 80 штук. Общая тетрадь стоит 8 коп., а простая 2 коп. Сколько тех и других тетрадей получил класс? (Нужно знать общую стоимость тетрадей.)

В прямоугольнике точка пересечения диагоналей отстоит от меньшей стороны на 6 см. дальше, чем от большей стороны. Найти длину сторон. (Необходимо знать еще одну величину, например, периметр прямоугольника.)

Рассмотрим методику работы с таким видом задач на примере последней задачи.

И. Осмысление условия.

В: О какой фигуре идет речь в задаче?

О: О прямоугольнике.

В: Что должно быть построено в прямоугольнике?

О: Диагонали.

В: Что нам известно о точке пересечения диагоналей?

О: Она отстоит от меньшей стороны на 6 см. дальше, чем от большей стороны.

Запишем условие:

Дано: ABCD прямоугол.

OK < ON на 6 см.

Найти: стороны прямоугольника.

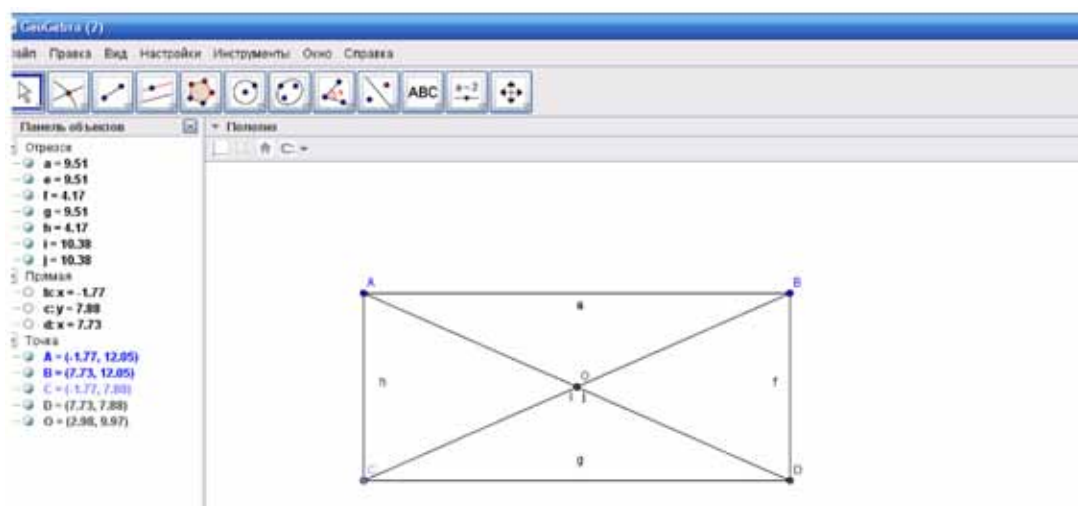


Рис. 1. Иллюстрация к задаче 4

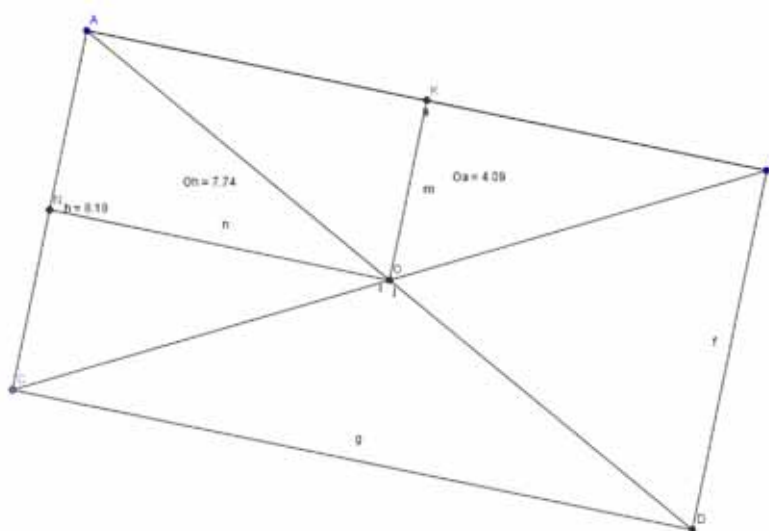


Рис. 2. Иллюстрация к задаче 4

П. Поиск пути решения.
 В: Что нужно найти?
 О: Стороны прямоугольника.
 В: Что следует из того, что $OK < ON$ на 6 см?
 О: $ON - OK = 6$.
 В: Давайте OK обозначим за x . Чему тогда равно ON ?
 О: $x + 6$.
 В: Можем ли мы, используя наши обозначения, выразить сторону AB ?
 О: Да, т.к. OK это половина AB , то $AB = 2x$.
 В: А чему будет равна сторона BC ?
 О: ON половина BC , значит $BC = 2(x + 6)$.
 В: Все ли данные задачи мы использовали?
 О: Да.
 В: Достаточно ли нам их чтобы составить уравнение?
 О: Нет.

В: Какое данное можно добавить в условие задачи, чтобы она имела решение?

Один из вариантов, который может быть предложен учащимися.

О: Пусть будет известен периметр. $P = 44$ см.

В: Тогда какое уравнение мы получим?

О: $4x + 4(x + 6) = 44$.

П. Реализация плана решения.

Решаем задачу с помощью добавленного данного.

2. Задачи переопределённые – задачи с избыточным составом условия, с лишними данными, без которых ответ может быть получен, но которые в той или иной мере маскируют путь решения.

Примеры такого рода задач (избыточные данные выделены курсивом):

1. В магазине развесили картофель в 24 пакета весом по 3 и 5 кг, *причем число*

первых оказалось больше, чем вторых. Вес всех пятикилограммовых пакетов оказался равным весу всех трехкилограммовых пакетов. Сколько было тех и других?

2. На автостоянке находятся 40 машин – автомобили и мотоллеры. У них вместе 100 колес и 40 рулей. Сколько тех и других машин?

3. У мальчика было несколько копеек. Когда ему дали еще 14 коп., то он на все деньги купил 4 карандаша, заплатив за каждый вдвое больше того, что он имел прежде. На свои прежние деньги он не мог купить и одного карандаша. Сколько денег было у мальчика до получения 14 коп.?

4. Точки А, В, С лежат на окружности с центром в точке О, $\angle ABC = 50^\circ$, $\cup AB : \cup CB = 5:8$. Найти $\angle AOC$.

Рассмотрим методику работы с задачей, содержащей лишнее данное, на примере последней задачи.

І. Осмысление условия.

В: Какая геометрическая фигура нам дана?

О: Окружность.

В: Что сказано о точках А, В, С?

О: Они принадлежат окружности.

В: Какие величины нам известны в задаче?

О: $\angle ABC = 50^\circ$, $\cup AB : \cup CB = 5:8$.

Запишем условие задачи:

Дано: (О, r) А, В, С $\in$ (О, r).

$\angle ABC = 50^\circ$, $\cup AB : \cup CB = 5:8$.

Найти: $\angle AOC$.

Сделаем динамическую иллюстрацию в программе GeoGebra (рис. 3).

ІІ. Поиск пути решения.

В: Что нужно найти?

О: $\angle AOC$.

В: Каким углом является $\angle ABC$?

О: Вписанным углом.

В: Каким углом является $\angle AOC$?

О: Центральным углом.

В: Что общего у этих углов?

О: Они опираются на одну дугу.

В: Что можно сказать о $\cup AC$ если $\angle ABC = 50^\circ$?

О: $\cup AC$ будет в два раза больше чем $\angle ABC$.

В: Сможем ли мы найти $\angle AOC$ зная длину дуги на которую он опирается?

О: Да, он равен длине этой дуги.

С помощью инструмента «Угол» мы можем выполнить построение данного угла (рис. 4).

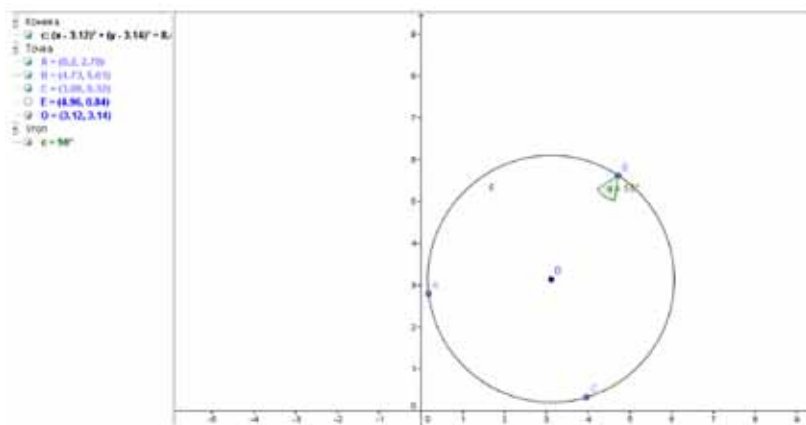


Рис. 3. Иллюстрация к задаче

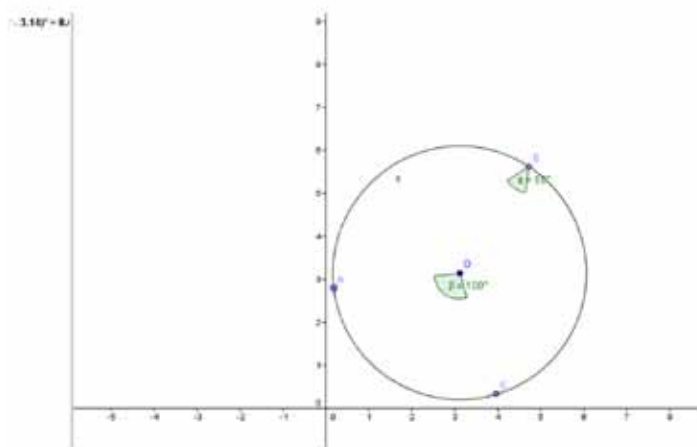


Рис. 4. Иллюстрация к задаче

В: Все ли данные задачи мы использовали?

О: Нет, еще есть отношение $\cup AB:\cup CB = 5:8$.

В: Получим ли мы ответ не используя это отношение?

О: Да.

В: Каким данным является $\cup AB:\cup CB = 5:8$?

О: Лишним, в решении задачи мы его не используем.

Убедимся в этом реализуя наш план решения.

III. Реализация плана решения.

$\angle ABC$ – вписанный, опирается на $\cup AC$.
Значит $\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC \Rightarrow \cup AC = 2\angle ABC$.
 $\cup AC = 100^\circ$.

$\angle AOC$ – центральный, опирается на $\cup AC$. Значит $\angle AOC = \cup AC \Rightarrow \angle AOC = 100^\circ$.

Убедились, что отношение $\cup AB:\cup CB = 5:8$ являлось избыточным данным в задаче.

3. Нереальные (или противоречивые) задачи обычно относят к отдельному типу, хотя, как отмечено выше, они являются составной частью переопределённых (иногда определённых) задач.

Примеры таких задач:

1. Периметр прямоугольного треугольника равен 3,72 м. Две его стороны по 1,24 м каждая. Найти третью сторону.

2. Чему равна площадь прямоугольного равнобедренного треугольника с катетом, равным 5а см, и гипотенузой, равной 12а см.

3. Записать в общем виде (алгебраически) все числа, которые делятся на 5 и в остатке имеют 7.

4. Вписать в окружность трапецию, углы которой находятся в следующем отношении 3:2:4:3.

Рассмотрим методику работы с нереальными задачами на примере последней.

I. Осмысление условия.

В: Что нам дано?

О: Окружность и какая-то трапеция.

В: Что нам известно о этой трапеции?

О: Ее углы находятся в соотношении 3:2:4:3.

В: Можем ли мы сделать какие-нибудь выводы из соотношения углов трапеции?

О: Да.

В: Что можно сказать о трапеции?

О: Она равнобедренная.

В: Что является решением задачи?

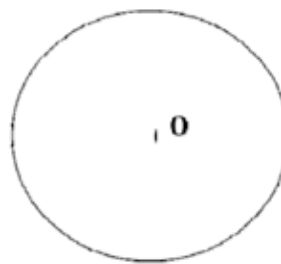
О: Вписанная в окружность трапеция.

Запишем условие:

Дано: (O,r), ABCD – трапеция,

3:2:4:3 – отношение углов трапеции.

Вписать трапецию в окружность.



II. Поиск пути решения.

В: Что можем найти?

О: Углы трапеции.

В: Откуда мы их найдем?

О: Из соотношения 3:2:4:3.

В: Что удобнее обозначить за x?

О: один из углов, т.к. она равнобедренная, то лучше два равных угла обозначить за x?

В: Чему равны другие углы?

О: x, $\frac{2}{3}x$, $\frac{4}{3}x$, x.

В: Какое уравнение можно составить?

О: Зная сумму углов четырехугольника будет: $x + \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}x + x = 360^\circ$

II. Реализация плана решения.

Составим уравнение:

$x + \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}x + x = 360^\circ$

Находим $x = 90^\circ$, $\angle 1 = \angle 4 = 90^\circ$

$\angle 2 = 60^\circ$, $\angle 3 = 120^\circ$

Построим эту трапецию.

В: Попробуйте вписать ее в окружность?

О: Не получается.

В: Любую ли трапецию можно вписать в окружность?

О: Нет.

В: Какому условию должна удовлетворять трапеция, чтобы ее можно было вписать в окружность?

О: Сумма пар противоположных углов равна 180° .

В: Выполняется ли это условие в нашей задаче?

О: Нет, $90^\circ + 120^\circ \neq 180^\circ$ и $60^\circ + 90^\circ \neq 180^\circ$.

В: Можем ли мы решить эту задачу?

О: Нет.

В: В чем заключается противоречие условия?

О: Отношение углов не соответствует требованию задачи.

Мы показали работу с некоторыми видами нестандартных задач с использованием информационных технологий.

Список литературы

1. Акимова И.В., Титова Е.И., Буркина В.А. Создание электронного учебника модульной структуры курса математики // Современные наукоёмкие технологии. – 2015. – №3. – С 15-19.
2. Акимова И.В., Титова Е.И. Сравнение школьного уровня подготовки по математике и уровня учебного процесса в вузе // Успехи современного естествознания. – 2014. – №3. – С. 140-144.