УДК 624.131+539.215

ВОПРОСЫ КОНСОЛИДАЦИИ УПРУГОПОЛЗУЧИХ НЕОДНОРОДНЫХ ЗЕМЛЯНЫХ МАСС

[1]Дасибеков А., [2]Юнусов А.А., [3]Юнусова А.А., [3]Ханходжаева Г.Ш.

[1]Южно-казахстанский государственный университет имени М. Ауэзова, Шымкент, e-mail Yunusov1951@mail.ru;

[2]Международный гуманитарно-Технический Университет, Шымкент;

[3]Казахская Академия Труда и Социальных отношений, Алматы

В данной работе получены уравнения консолидации упругоползучих неоднородных земляных масс с учетом нелинейной ползучести глинистых грунтов. Приведены их частные случаи. В частности, когда неоднородный грунт обладает линейной ползучестью, упругим только свойством. Даны также уравнения консолидации в цилиндрических координатах. Решается задача в одномерной постановке, когда уплотняемая земляная среда обладает свойством ползучести. Это свойство грунта подчиняется линейной теории упругоползучего тела Маслова-Арутюняна. Причем грунт сам по себе неоднороден. Его неоднородность учитывается через модуль общей деформации. Он для грунта принят в виде степенной функции, зависящей по глубине уплотняемого массива. Такая модель грунта была принята Г.К. Клейном для изучения некоторых контактных задач теории упругости. Расчетной схемой исследуемой задачи является уплотнение слоя неоднородного водо насыщенного грунта мощностью *h*, залегающего под песчаной подушкой. Решение задачи представлено в виде комбинации Бесселевых функции первого и второго родов. Определены расчетные формулы для вычисления порового давления, напряжение вскелете грунта и осадки уплотняемого водона сыщенного глинистого грунта.

Ключевые слова: Оценка, уравнение в интегральной форме, процесс ,уплотнение, грунт, прямоугольник, давление, основание, фундамент, граничные условия

QUESTIONS CONSOLIDATION OF AN ELASTIC CREEPING INHOMOGENEOUS EARTH MASSES

[1]Dasibekov A., [2]Yunusov A.A., [3]Yunusova A.A., [3]Khankhodzhaeva G.S.

[1]M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, e-mail:Yunusov1951@mail.ru;

[2]International gumj-technical universiny, Shymkent;

[3]Kazakh Academy of Labour and Social Affairs, Almaty

In this paper, we obtain the equation of consolidation uprugopolzuchih inhomogeneous mass haul considering nonlinear creep of clayey soils. Given their particular cases. In particular, when the soil has heterogeneous linear creep, elastic properties only. Are the equations of consolidation in cylindrical coordinates. The problem is solved in the one-dimensional formulation, when the sealing earthen medium has creep properties. This property is subject to ground the linear theory uprugopolzuchego body Maslov-Harutyunyan. Moreover, the soil itself is not uniform. Its heterogeneity is taken into account through the module overall deformation. He adopted for the soil in the form of a power function depending on the depth of the packed array. Such a model was adopted soil GK Klein to study some contact problems of elasticity theory. Design scheme of the problem is the sealing layer inhomogeneous saturated soil capacity h, overlain by a sand cushion. Solution of the problem is presented as a combination of Bessel functions of the first and second kinds. Defined calculation formulas for calculating pore pressure, stress vskelete soil and sediments compacted water-heatin saturated clay soil.

Keywords: Estimation, equation in the integral form, process ,seal, primer, rectangle, pressure, basis, Foundation, boundary conditions

Грунт – это минерально-дисперсное тело и обладает определенной пористостью. Изменения пористости под влиянием внешних нагрузок от сооружения подчиняются следующим закономерностям: во-первых, изменению коэффициента пористости от давления, сдвигу при трении и скольжения; ламинарной фильтрации; во-вторых, линейной или нелинейной деформируемости. Здесь при оценке сжимаемости грунтов важно выяснить зависимость между изменениями внешней нагрузки и изменением коэффициента пористости грунтов. Если неоднородная грунтовая среда в общем случае обладает свойством нелинейной ползучести, то зависимость между коэффициентом пористости и суммой главных напряжений имеет вид

$$\varepsilon(x,y,z,t)=\varepsilon(\tau_1)-\frac{a_0(x,y,z,t)}{1+(n-1)\xi}\theta(x,y,z,t)+\frac{1}{1+(n-1)\xi}\int_{\tau_1}^{t}\theta(x,y,z,\tau)\frac{\partial a_0(x,y,z,\tau)}{\partial\tau}d\tau+$$

$$+\frac{1}{1+(n-1)\xi}\int_{\tau_1}^{t}f[\theta(x,y,z,\tau)]\frac{\partial C(t,\tau)}{\partial\tau}d\tau\,, \qquad (1)$$

где

$$C(t,\tau)=\phi(\tau)\cdot a_1[1-e^{-\gamma_1(t-\tau)}], \qquad (2)$$

$\varepsilon(t)$, $\theta(t)$ – эти функции также изменяются по координатам x, y, z; $f[\theta(\tau)]$ – функция, характеризующая нелинейную зависимость между коэффициентом пористости $\varepsilon(t)$ и суммой главных напряжений $\theta(t)$ в скелете грунта; $\varphi(\tau)$ – функция старения; a_1, γ_1 – параметры ползучести; τ_1 – момент приложения внешней нагрузки; ξ – коэффициент бокового давления; a_0 – коэффициент сжимаемости грунта, который в общем виде может зависеть от глубины исследуемой точки и времени; n – размерность рассматриваемой задачи; $C(t, \tau)$ – мера ползучести. Причем здесь функция $f[\theta(\tau)]$ может изменяться в виде

$$f[\theta(t)]=\theta(t)+\beta^{(H)}\theta^m(t). \qquad (3)$$

Зависимость (1) при $n=1$ и (2), т.е. для одномерной задачи теории уплотнения впервые были применены В.А. Флориным [7]. Он теорию упругоползучего тела Г.Н. Маслова-Н.Х. Арутюняна [1] смог применить к описанию процесса уплотнения глинистых грунтов, обладающих свойством ползучести. Экспериментальные исследования С.Р. Месчяна [6] доказали применимость этой теории к глинистым грунтам.

Для линейной задачи теории механики уплотняемых пористых упругоползучих неоднородных грунтов зависимость (1) переходит к следующему виду

$$\varepsilon(x,y,z,t)=\varepsilon(\tau_1)-\frac{a_0(x,y,z,t)}{1+(n-1)\xi}\theta(t)+$$

$$+\frac{1}{1+(n-1)\xi}\int_{\tau_1}^{r}\theta(x,y,z,\tau)\frac{\partial\delta(x,y,z,t,\tau)}{\partial\tau}d\tau, \qquad (4)$$

где функции $f[\theta(\tau)]$ и $\delta(t, \tau)$, входящие соответственно в состав формул (3) и (4), находятся из зависимостей

$$f[\theta(x,y,z,t)]=\theta(x,y,z,t),$$

$$\delta(x,y,t,\tau)=\frac{1}{E(x,y,z,\tau)}+$$

$$+\phi(\tau)a_1\cdot[1-e^{-\gamma_1(t-\tau)}]. \qquad (5)$$

Здесь $E(x, y, z, t)$ – модуль деформации неоднородного уплотняемого грунта. Функция старения $\varphi(\tau)$, в (5), обычно представляется в виде [1, 7].

$$\phi(\tau)=C_0+\frac{A_1}{\tau}, \qquad (6)$$

здесь C_0 , A_1 – опытные данные, τ – время приложения нагрузки.

Зависимости (1)-(6) будут описывать состояние скелета слабых глинистых грунтов, находящихся под давлением тех или иных внешних нагрузок. Для неоднородного упругого грунта зависимость (4) имеет вид:

$$\varepsilon(x,y,z,t)=\varepsilon(\tau_1)-\frac{a_0(x,y,z,t)}{1+(n-1)\xi}\theta(t). \qquad (7)$$

Выражение (7) для одномерной задачи теории консолидации однородного изотропного грунта имеет вид [7]

$$\varepsilon_0-\varepsilon=a_0\sigma, \qquad (8)$$

где величины ε_0, a_0 находятся путем эксперимента или вычислением; a_0 – коэффициент сжимаемости; ε_0 и ε – коэффициенты пористости для начального и конечного моментов времени. Причем, проф. Цытович Н.А. считал, что этот закон в механике грунтов имеет такое же большое значение, как и закон Гука в теории сопротивления материалов и коэффициент сжимаемости, a_0 является очень важной характеристикой при расчете осадки сооружения.

Между коэффициентом сжимаемости a_0 и модулем общей деформации E существует зависимость [8]

$$E_0=\frac{\beta(1+\varepsilon_0)}{a_0}, \qquad (9)$$

где β – коэффициент, равный для глин 0,43; для суглинков – 0,57; для супесей – 0,72; для песчаных грунтов – 0,76. Зная значение для a_0 всегда из (9) можно определить E_0.

Основные разрешающие уравнения механики неоднородных упругоползучих грунтов определим следующим образом. Для этого возьмем уравнение уплотнения для пространственной задачи механики уплотняемых неоднородных грунтов без учета его ползучести, обладающих различными свойствами в вертикальном и горизонтальном направлениях

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\frac{1}{1+\varepsilon_{cp}}\cdot\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}, \qquad (10)$$

где

$$\left.\begin{aligned} v_x&=-k_x\left(\frac{1}{\gamma_в}\frac{\partial p}{\partial x}-I_0\right),\\ v_y&=-k_y\left(\frac{1}{\gamma_в}\frac{\partial p}{\partial y}-I_0\right),\\ v_z&=-k_z\left(\frac{1}{\gamma_в}\frac{\partial p}{\partial z}-I_0\right),\end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

откуда

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{k_x}{\gamma_в} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}, \frac{\partial v_y}{\partial y} = \frac{k_y}{\gamma_в} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial y^2},$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{k_z}{\gamma_в} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \qquad (12)$$

где k_x, k_y, k_z – соответственно коэффициенты фильтрации грунта в вертикальном и горизонтальном направлениях; $\varepsilon_{ср}$ – средний коэффициент пористости в процессе уплотнения; v_x, v_y, v_z – скорости при фильтрации воды; I_0 – начальный градиент напора при фильтрации. Имея в виду (11), (12) уравнение (10) приводим к виду

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathrm{t}} = -\frac{1+\varepsilon_{ср}}{\gamma_в} \cdot \left(k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right). \qquad (13)$$

Если в место $\varepsilon(t)$ примем (1), то

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{1}{1+(n-1)\xi} \begin{bmatrix} -a_0(x,y,z,t)\theta'(x,y,z,t) + a_1\gamma_1\phi(t) f[\theta(x,y,z,t)] + \\ +a_1\gamma_1 \int\limits_{\tau_1}^{t} f[\theta(x,y,z,t)] \cdot [\phi'(\tau) + \gamma_1\phi(\tau)] \cdot e^{-\gamma_1(t-\tau)} d\tau \end{bmatrix}.$$

Последнее соотношение, подставив в (13), находим

$$a_0(x,y,.z,t)\theta'(x,y,z,t) + a_1\gamma_1\phi(t) f[\theta(x,y,z,t)] -$$

$$-a_1\gamma_1 \int\limits_{\tau_1}^{t} f[\theta(x,y,z,t)] \cdot [\phi'(\tau) + \gamma_1\phi(\tau)] \cdot e^{-\gamma_1(t-\tau)} d\tau =$$

$$= \frac{(1+\varepsilon_{ср})[1+(n-1)\xi]}{\gamma_в} \cdot \left(k_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right). \qquad (14)$$

Дифференцируя последнее уравнение (14) по t, затем сложив полученное равенство с (14), предварительно умножив его на γ_1, получим следующее нелинейное уравнение второго порядка относительно $\theta(t)$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + [a_0'(z,t) + \gamma_1 a_0(z,t)] \frac{\partial \theta}{\partial t} + a_1\gamma_1\phi(t) \cdot \frac{\partial f[\theta(t)]}{\partial t} = \nabla^2 \theta, \qquad (15)$$

где

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \overline{y}^2} + \frac{\partial^2}{\partial \overline{z}^2},$$

$$C_{1V}(z,t) = \frac{k(1+\varepsilon_{ср})[1+(n-1)\xi]}{\gamma_в a_0(x,y,z,t)}, \qquad (16)$$

$$\overline{x} = x\sqrt{\frac{k}{k_x}}, \ \overline{y} = y\sqrt{\frac{k}{k_y}}, \ \overline{z} = z\sqrt{\frac{k}{k_z}}. \qquad (17)$$

Причем для для одномерной задачи теории консолидации глинистых грунтов

$$C_{1V}(z,t) = \frac{k(1+\varepsilon_{ср})}{\gamma_в a_0(z,t)}, \qquad (18)$$

для двумерной задачи

$$C_{2V}(z,t) = \frac{k(1+\varepsilon_{ср})(1+\xi)}{\gamma_в a_0(x,z,t)}, \qquad (19)$$

для трехмерной задачи

$$C_{3V}(z,t) = \frac{k(1+\varepsilon_{ср})(1+2\xi)}{\gamma_в a_0(x,y,z,t)}. \qquad (20)$$

Для нахождения искомой функции $\theta(t)$, кроме граничных условий, должны быть заданы еще два начальных условий. Одно из них определяется из (14) при $t = \tau_1 =$, т.е.

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial t}\right|_{t=\tau_1=0} + a_1\gamma_1\phi(0) f[\theta(0)] = C_{1V}(z,0)\cdot\nabla^2\theta(t)\Big|_{t=\tau_1=0}. \quad (21)$$

Второе начальное условие вытекает непосредственно из характера приложения нагрузки, т.е.

$$\theta_0 = \theta_0^*(q) = 0. \quad (22)$$

Если вместо нелинейной функции $f[\theta(\tau)]$ примем (3), то нелинейное уравнение (15) имеет вид

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} + [a_0'(x,y,z,t) + \gamma_1 a_0(x,y,z,t) + a_1\gamma_1\phi(t)]\cdot\frac{\partial\theta}{\partial t} = C_{n\mathrm{V}}\left(\gamma_1 + \frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2\theta -$$

$$-m\beta a_1\gamma_1\phi(t)\theta^{m-1}\frac{\partial\theta}{\partial t}. \quad (23)$$

Таким образом, решение нелинейной задачи механики уплотняемых неоднородных глинистых грунтов сводится к решению нелинейного уравнения (23) при (21), (22) начальных и граничных условиях, соответствующих рассматриваемой задачи.

Рассмотрим некоторые частные случаи уравнения (23).

1. Пусть состояние скелета слабых водонасыщенных глинистых грунтов подчиняется линейной наследственной теории Г.Н. Маслова-Н.Х. Арутюняна [1, 7], т.е. уравнению (4). Тогда уравнение (23) приводится к виду

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} + [a_0'(x,y,z,t) + \gamma_1 a_0(x,y,z,t) +$$

$$+a_1\gamma_1\phi(t)]\cdot\frac{\partial\theta}{\partial t} = C_{n\mathrm{V}}\left(\gamma_1 + \frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2\theta. \quad (24)$$

Начальные условия для уравнения (24) будут

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial t}\right|_{t=\tau_1=0} = C_{nv}(z,0)\,\nabla^2\theta(t)\Big|_{t=\tau_1=0}, \quad (25)$$

$$\theta(t)\big|_{t=\tau_1=0} = 0. \quad (26)$$

2. Если состояние скелета глинистых грунтов подчиняется закону (7), то уплотняющая среда является упругой и уравнение (23) приводится к виду

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = C_{nv}\cdot\nabla^2\theta(t). \quad (27)$$

Начальное условие уравнения (27) имеет вид

$$\theta(t)\big|_{t=\tau_1=0} = 0. \quad (28)$$

Следует заметить, что все основные уравнения механики уплотняемых водонасыщенных глинистых грунтов приведены относительно суммы главных напряжений $\theta(t)$. Можно эти уравнения представить относительно порового давления $p(t)$. Для этого используем условие равновесия вида

$$\theta(t) = n\left[\left(\frac{\theta^*}{n} + p^*\right) - p(t)\right]. \quad (29)$$

Выражение (29) подставив в уравнение (23) относительно порового давления $p(t)$ имеем:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + [a_0'(x,y,z,t) + \gamma_1 a_0(x,y,z,t) +$$

$$+a_1\gamma_1\phi(t)]\frac{\partial p}{\partial t} = C_{nv}\left(\gamma_1 + \frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2 p - nm\beta a_1\gamma_1\phi(t)\times$$

$$\times n\left[\frac{\theta^*}{n} + p^* - p(t)\right]^{m-1}\frac{\partial p}{\partial t} - n\left(\frac{\ddot\theta^*}{n} + \ddot p\right) -$$

$$-n\,[a_0'(x,y,z,t) + \gamma_1 a_0(x,y,z,t) + a_1\gamma_1\phi(t)]\times$$

$$\times\left(\frac{\dot\theta^*}{n} + \dot p^*\right). \quad (30)$$

Если состояние скелета водонасыщенного уплотняемого грунта подчиняется закону (4), т.е. где учитывается его линейное свойство ползучести, то основное разрешающее уравнение механики уплотняемых глинистых грунтов имеет вид

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}+[a_0'(x,y,z,t)+\gamma_1 a_0(x,y,z,t)+a_1\gamma_1\phi(t)]\frac{\partial p}{\partial t}=C_{nv}\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\nabla^2 p. \quad (31)$$

Начальными условиями для (31) будут

$$\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{t=\tau_1}+\frac{a_1}{a_0(z,t)}\gamma_1\phi(\tau_1)p(\tau_1)=C_{nv}\nabla^2 p(\tau_1)+a_1\gamma_1\phi(\tau_1)\left(\frac{\theta^*}{n}+p^*\right), \quad (32)$$

$$p_0(\tau_1)=\frac{\theta^*}{n}+p^*. \quad (33)$$

Для упругой задачи уравнение (31) имеет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t}=C_{nv}\nabla^2 p, \quad (34)$$

где θ^*, p^* – сумма главных напряжений и давление в поровой жидкости, соответствующие состоянию мгновенного уплотнения грунта.

Следует заметить, что при решении некоторых задач механики уплотняемых глинистых грунтов, связанных с расчетами вертикальных дрен, песчаными и известковыми сваями уместно использовать указанные выше уравнения (30), (34) соответственно при (32), (26) в цилиндрических координатах. Эти координаты с декартовыми ортогональными координатами связаны следующими зависимостями

$$x=r\cos\phi,\ y=r\sin\phi,\ z=z. \quad (35)$$

Учитывая (35) основные уравнения механики уплотняемых анизотропных по водопроницаемости глинистых грунтов (30), (31), (34), соответственно можно записать в цилиндрических координатах. При этом выражение $\nabla^2 p$ имеет вид:

$$\nabla^2 \eth=\frac{\partial}{\partial r}\left(k_r\frac{\partial p}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial r}(k_r p)+$$

$$+\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial\phi}\left(k_\phi\frac{\partial p}{\partial\phi}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k_z\frac{\partial p}{\partial z}\right), \quad (36)$$

или вместо (36)

$$\nabla^2 p=\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{r}^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial\bar{r}}+\frac{1}{\bar{r}^2}\cdot\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{\phi}^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{z}^2}, \quad (37)$$

где

$$\bar{r}=r\sqrt{\frac{k}{k_r}},\ \bar{\phi}=\kappa\sqrt{\frac{k}{k_\phi}},\ \bar{z}=z\sqrt{\frac{k}{k_z}}.$$

Если иметь в виду, что распределение порового давления не зависит от угла $\bar{\phi}$, то вместо (37) будем иметь

$$\nabla^2 p=\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{r}^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial\bar{r}}+\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{z}^2}. \quad (38)$$

Тогда уравнение (31) при (38) имеет вид

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}+[a_0'(x,y,z,t)+\gamma_1 a_0(x,y,z,t)+$$

$$a_1\gamma_1\phi(t)]\frac{\partial p}{\partial t}=C_{nv}\left(\gamma_1+\frac{\partial}{\partial t}\right)\times$$

$$\times\left(\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{r}^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial}{\partial\bar{r}}+\frac{\partial^2 p}{\partial\bar{z}^2}\right). \quad (39)$$

Таким образом, решив уравнения (30), (31), (34) (39) при соответствующих краевых условиях находим решение той или иной задачи теории консолидации земляных масс.

В качестве иллюстрации решим уравнение (31) применительно к одномерной задачи теории уплотнения неоднородных упругоползучих грунтов. Неоднородность грунта по Г.К. Клейну [5] с глубиной уплотняемого массива изменяется согласно закону:

$$E=E_m z^m, \quad (40)$$

где E_m – модуль деформации на глубине $z = 1$; m – показатель неоднород-ности основания, который связан с коэффициентом Пуассона μ_0 так $\mu_0(2 + m) = 1$. В отличие от (40), в данной работе модуль деформации грунта будет принят в виде

$$E=E_m(1+\beta z)^m$$

$$(\alpha>0,\quad E_m>0,\quad \alpha+\beta z>0), \quad (41)$$

где E_m, α, β, m являются опытными параметрами.

Рассмотрим уплотнение слоя неоднородного водонасыщенного грунта мощностью h, залегающего под песчаной подушкой. В начальный момент времени ($t = 0$) к слою грунта мгновенно прикладывается равномерно распределенная нагрузка q. Величина избыточного порового давления $p(z, t)$ при $t = 0$ будет равна

$$p\,\big|_{t=0}=q-p_{\text{стр}}=q_0,$$

т.е. часть нагрузки, равная величине структурной прочности сжатия $p_{\text{стр}}$, сразу же воспринимается скелетом грунта.

Если модуль деформации уплотняемого грунта изменяется по глубине, подчиняясь закону (41), а старение грунта не принимается во внимание, то уравнение одномерной задачи механики водонасыщенных глинистых грунтов при $n = 1$ будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \gamma_1\left(1 + \frac{a_1}{a_0}\right)\frac{\partial p}{\partial t} = C_{1V}(1+\beta z)^m \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}. \quad (42)$$

Начальными условиями для этого уравнения будут:

$$\left.\frac{\partial p}{\partial t}\right|_{t=\tau_1=0} + \frac{a_1}{a_0}\gamma_1 p(t=0) = C_{1V}(1+\beta z)^m \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \quad (43)$$

$$p(z, t=0) = q - p_{\text{стр}} = q_0. \quad (44)$$

Следует заметить, что при выводе этих соотношений мера ползучести уплотняемого водонасыщенного глинистого неоднородного грунта была принята в виде

$$C(t,\tau,z) = C(t,\tau)\cdot(1+\beta z)^{-m}. \quad (45)$$

При модифицированном законе Дарси граничные условия исследуемой задачи примут вид:

$$p\big|_{z=0} = 0, \quad \left.\frac{\partial p}{\partial z}\right|_{z=h} = I_0\gamma_{\text{в}}. \quad (46)$$

Решение уравнения (42) при граничных (46) условиях получим в виде следующей формулы

$$p(z,t) = I_0\gamma_{\text{в}} z + \sqrt{1+\beta z}\cdot\sum_{i=0}^{\infty}\left(C_{1i}e^{-r_{1i}t} + C_{2i}e^{-r_{2i}t}\right)\cdot V_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]. \quad (47)$$

Здесь функция $V_{\frac{1}{2-m}}$ зависит от величины $\frac{1}{2-m}$. Если она целая, то

$$V_{\frac{1}{2-m}}(z,t) = J_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot Y_{\frac{1}{2-m}}(\nu_i) - J_{\frac{1}{2-m}}(\nu_i)\cdot Y_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right], \quad (48)$$

если же дробная, то

$$V_{\frac{1}{2-m}}(z,t) = J_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot J_{\frac{1}{2-m}}(\nu_i) - J_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]\cdot J_{\frac{1}{2-m}}(\nu_i). \quad (49)$$

r_{1i}, r_{2i} – решение следующего уравнения

$$r^2 + \gamma_1\left(1 + \frac{a_1}{a_0}\right)r + \lambda^2 C_{1V} = 0. \quad (50)$$

Параметр λ находится из следующего трансцендентного уравнения:

$$J_{\frac{1}{2-m}}\left(\frac{2}{2-m}\lambda\right)\cdot Y_{\frac{m-1}{2-m}}\left[\frac{2}{2-m}\lambda(1+\beta h)^{\frac{2-m}{2}}\right] - Y_{\frac{1}{2-m}}\left(\frac{2}{2-m}\lambda\right)\times$$

$$\times J_{\frac{m-1}{2-m}}\left[\frac{2}{2-m}\lambda(1+\beta h)^{\frac{2-m}{2}}\right] = 0. \quad (51)$$

Коэффициенты C_{1i}, C_{2i} определены из выражения (43) и (44), т.е.

$$\left.\begin{aligned} C_{1i} &= \frac{G_{1i}(\beta,h) - G_{2i}(\beta,h)\cdot\left(\frac{a_0}{a_1}\gamma_1 + C_{1\text{v}}\lambda_i^2 - r_{2i}\right)}{r_{2i} - r_{1i}}, \\ C_{2i} &= -\frac{G_{1i}(\beta,h) - G_{2i}(\beta,h)\cdot\left(\frac{a_0}{a_1}\gamma_1 + C_{1\text{v}}\lambda_i^2 - r_{1i}\right)}{r_{2i} - r_{1i}}. \end{aligned}\right\}, \quad (52)$$

где

$$\nu_i = \frac{2\lambda_i}{2-m},\ g_{1i}(\beta,h) = -\int_0^h \frac{a_1}{a_0}\gamma_1 I_0\gamma_{\text{в}}\, z\cdot(1+\beta z)^{\frac{1}{2}-m}\cdot V_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]dz,$$

$$g_{0i}(\beta,h) = \int_0^h (1+\beta z)^{\frac{1}{2}-m}\cdot V_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]dz,\ \frac{g_{1i}(\alpha,\beta,h)}{g_{0i}(\alpha,\beta,h)} = G_{1i}(\alpha,\beta,h),$$

$$g_{2i}(\beta,h) = \int_0^h (q_0+bz)z\cdot V_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]dz,\ \frac{g_{2i}(\alpha,\beta,h)}{g_{0i}(\alpha,\beta,h)} = G_{2i}(\alpha,\beta,h).$$

Значения давлений в поровой жидкости в момент времени, сколь угодно близкий к моменту приложения нагрузки, определяются выражением

$$p(z,t) = I_0\gamma_{\text{в}} z + \sqrt{\alpha+\beta z}\times$$

$$\times\sum_{i=0}^{\infty}\left(C_{1i}+C_{2i}\right)\cdot V_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(\alpha+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]. \qquad (53)$$

После определения давлений в поровой жидкости напряжения в скелете грунта вычисляется по следующей расчетной формуле

$$\sigma(z,t) = q - p_{\text{стр}} - I_0\gamma_{\text{в}} z +$$

$$+\sqrt{1+\beta z}\cdot\sum_{i=0}^{\infty}\left(C_{1i}e^{-r_{1i}t} + C_{2i}e^{-r_{2i}t}\right)\times$$

$$\times V_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]. \qquad (54)$$

Выражение (54) дает возможность определить расчетную формулу для вычисления вертикальных перемещений точек верхней поверхности неоднородного глинистого основания из выражения:

$$s(t) = \frac{a_0}{1+\varepsilon_{cp}}\int_0^h (\alpha+\beta z)^{-m}\sigma(z,t)dz. \qquad (55)$$

Если обозначим отношение осадки $s(t)$ уплотняемого слоя грунта для любого момента времени t к полной стабилизации осадки s_μ через u, то оно равно

$$u = \frac{s(t)}{s(\infty)}, \qquad (56)$$

где

$$s_\infty = \frac{a_0}{1+\varepsilon_{\text{ср}}}\int_0^h (1+\beta z)^m (q - p_{\text{стр}} - I_0\gamma_{\text{в}} z)dz =$$

$$= \frac{a_0}{1+\varepsilon_{\text{ср}}}\left\{(q-p_{\text{стр}})\frac{1}{\beta(1-m)}[(\alpha+\beta h)^{1-m} - \alpha^{1-m}] - \right.$$

$$\left. -I_0\gamma_{\text{в}}\cdot\frac{1}{\beta^2(2-m)}[(\alpha+\beta h)^{2-m} - \alpha^{2-m}]. \right. \qquad (57)$$

Учитывая выражения (55) и (57), после несложных математических преобразований выражение (56) находим в виде:

$$u = 1 - s_\infty^{-1}\int_0^h (1+\beta z)^{\frac{1}{2}-m}\cdot\left[C_{1i}e^{-r_{10}t} + C_{2i}e^{-r_{20}t}\right]\times$$

$$\times V_{\frac{1}{2-m}}\left[\nu_i(1+\beta z)^{\frac{2-m}{2}}\right]. \qquad (58)$$

Выражение u называется степенью консолидации для любого момента времени. Тогда осадку слоя грунта можно вычислить по следующей формуле

$$s(t) = u\cdot s(\infty). \qquad (59)$$

Таким образом, чтобы вычислить поровое давление $p(z, t)$, напряжение в скелете грунта $\sigma(z, t)$ и осадку уплотняемого водонасыщенного глинистого грунта $s(t)$, используем расчетные формулы (53) – (59).

В качестве иллюстрации полученных теоретических решений рассмотрены примеры для случаев $m = 1$ и $m = \frac{1}{2}$.

Анализ расчетных формул дает, что поровое давление зависит от проницаемости, уплотняемости и скорости нарастания ползучих деформаций грунта. Причем при $\frac{k}{a_1\gamma_1}\to\infty$ давление в воде равно нулю. При $\frac{k}{a_1\gamma_1} = 0$ в момент времени $t = 0$, $p = q_0 = q - p_{\text{стр}}$. При промежуточном значениях величины $\frac{k}{a_1\gamma_1}$ имеет место промежуточное состояние, причем эпюры начальных давлений не прямолинейны в отличие от случая, когда $\frac{k}{a_1\gamma_1} \to \infty$. Для моментов времени $t \to \mu$ величина давления стремится к $I_0\gamma_в z$. Для любого промежуточного момента времени имеем, что при $k = 0$ $p = q_0(z, t)$. Откуда следует, если бы грунт был сжимаемым и одновременно водопроницаемым, то нагрузка не полностью воспринималась бы только водой. Если $k \to \mu$, то $p(z, t) = I_0\gamma_в z$, а при $\gamma_1 \to \mu$ решение задачи совпадает с обычным её решением.

Следует заметить, что подобные задачи в иных постановках, авторами данной работы, также исследованы в [2–4].

Список литературы

1. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести. – М.: Гостехиздат, 1952. – 323 с.

2. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Айашова А. Задачи консолидации земляных масс, решаемые в функциях бесселя // Журнал «Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 5 (часть1). – С. 102–108.

3. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Мадияров Н.К. Многомерные задачи консолидации наследственно-стареющих земляных масс // Журнал «Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 8 (часть1). – С. 37–47.

4. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Абжабаров А.А. Физическая нелинейность в консолидации грунтов // Журнал «Международный журнал экспериментального образования. – 2014. – № 8 (часть1). – С. 47–53.

5. Клейн Г.К. Расчет осадок сооружений по теории неоднородного линейно-деформируемого полупространства // Гидротехническое строительство. – 1948. – № 2. – С. 7–14.

6. Месчян С.Р. Экспериментальная реология глинистых грунтов. – М.: Недра, 1985. – 342 с.

7. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – М.: Госстройиздат, 1961. – 543 с.

8. Цытович Н.А. Механика грунтов. – М.: Изд. литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1963. – 633 с.