

ОДНОРАЗМЕРНАЯ ЗАДАЧА КОНСОЛИДАЦИИ НАСЛЕДСТВЕННО – СТАРЕЮЩИХ ТРЕХФАЗНЫХ ГРУНТОВ

¹Юнусов А.А., ²Дасибеков А.

¹Международный гуманитарно-Технический Университет, Шымкент;

²Южно-казахстанский государственный университет имени М. Ауэзова, Шымкент,
e-mail: Yunusov1951@mail.ru

Для выяснения общего характера протекания процесса уплотнения многофазных грунтов достаточно рассмотреть решения одномерной задачи консолидации, физическая сторона которой не очень отличается от аналогичных решений трехмерных задач. С другой стороны, исследования одномерного уплотнения более доступны, чем двух и трехмерных. Кроме того, это дает возможность при рассмотрении процесса уплотнения учесть некоторые факторы, сильно влияющие на него, в частности, можно указать на одновременный учет старения и ползучести уплотняемых грунтов. В связи с этим в данной работе исследован процесс уплотнения, происходящий в слое трехфазного грунта. В качестве расчетной схемы рассмотрено уплотнение слоя наследственно-стареющего грунта мощностью h , залегающего под песчаной подушкой. В начальный момент времени к слою грунта мгновенно прикладывается распределенная нагрузка с интенсивностью $q = q(z, t)$. Верхняя поверхность уплотняемого массива водопроницаема, а нижняя водонепроницаемая. При этом величина избыточного порового давления $p(z, t)$ при $t = 0$ будет равна $p|_{t=0} = q - p_{ср} = q_0$, т.е. часть нагрузки, равная величине структурной прочности сжатия $p_{ср}$, сразу же воспринимается скелетом грунта. Решение задачи представлено в виде комбинации функции Куммера. Определены расчетные формулы для вычисления порового давления, напряжения в скелете грунта и осадки уплотняемого водонасыщенного глинистого грунта.

Ключевые слова: Оценка, уравнение в интегральной форме, процесс ,уплотнение, грунт, прямоугольник, давление, основание, фундамент, граничные условия

ONE-DIMENSIONAL CONSOLIDATION TASKS HEREDITARILY – AGING THREE-PHASE SOIL

¹Yunusov A.A., ²Dasibekov A.

¹International gumj-technical universiny, Shymkent;

²M. Auezov South Kazakhstan State University, Shymkent, e-mail: Yunusov1951@mail.ru

To clarify the general nature of the process of soil compaction multiphase solutions is sufficient to consider one-dimensional problem of consolidation, the physical side which is not very different from similar solutions of three-dimensional problems. On the other hand, the study of one-dimensional compaction more accessible than two and three-dimensional. In addition, it enables the consideration of the densification process to take into account certain factors strongly influencing it, in particular, can point to the simultaneous consideration of aging and creep tamp. Therefore, in this paper we investigate the compaction process, occurring in three-phase layer of soil. As a design scheme is considered a seal layer of soil aging hereditary power h , overlain by a sand cushion. At the initial time to the layer of soil immediately distributed load is applied to the intensity $q = q(z, t)$. The upper surface of the packed array of water permeability and waterproof bottom. The value of excess pore pressure $p(z, t)$ will $t = 0$ equal when $p|_{t=0} = q - p_{ср} = q_0$ that is part of the load is equal to the value of the structural strength of the compression $p_{ср}$ immediately perceived soil skeleton. Solution of the problem is presented as a combination of Kummer's function. Defined calculation formulas for calculating pore pressure, the stress in the skeleton of the soil and water-saturated sediments compacted clay soil.

Keywords: Estimation, equation in the integral form, process ,seal, primer, rectangle, pressure, basis, Foundation, boundary conditions

Строительство сооружений на слабых глинистых грунтах требует более внимательного подхода к ним, чем к другим грунтам. Это связано с тем, что сооружения, взаимодействующие с такими грунтами, испытывают большие осадки. Причем они протекают в течение длительного времени. Это подтверждается плачевным состоянием многочисленных зданий г. Шымкента Южно-Казахстанской области и г. Чирчика Ташкентской области Республики Узбекистан. На таких водонасыщенных глинистых грунтах прежде чем строить высотные здания создают искусственные основания, применяя песчаные подушки мощностью

от 1–2 м до 7 м. Они позволяют уменьшить глубину заложения фундаментов и увеличивают их устойчивость, а также применение их уменьшает осадки фундаментов. Кроме того, песчаные подушки используются в качестве дренирующего слоя, так как поровая вода из нижележащих глинистых грунтов отжимается в процессе уплотнения грунтов от веса самой подушки, ускоряя процесс консолидации грунтов основания.

Грунт в общем случае находится в сложном НДС, вызванном воздействием внешних нагрузок, передающихся через фундамент и силами собственного веса, т.е. имеет место пространственное сжатие грунта. Од-

нако в инженерной практике часто создаются условия, когда такое состояние уплотняемого массива многокомпонентного грунта сводится к одномерной задаче. К таким случаям относятся уплотнения грунтовых массивов и слоев в основании сооружений, имеющих большие размеры по сравнению с их мощностью.

При одномерном уплотнении элементарный кубик, выделенный из массива грунта деформируется в условиях отсутствия бокового расширения. Причем направление сжимаемости кубика-образца совпадает с направлением действия наибольшего главного напряжения. В двух других направлениях деформации равны нулю. В этих условиях относительная деформация уплотнения равна относительной объемной деформации грунта.

Для выяснения общего характера протекания процесса уплотнения достаточно будет рассмотреть отдельные решения именно этой задачи, физическая сторона которой не очень отличается от аналогичных решений трехмерных задач. С другой стороны, исследования одномерного уплотнения более доступны, чем двух и трехмерных. Кроме того, это дает возможность при рассмотрении процесса уплотнения учесть некоторые факторы, сильно влияющие на него, в частности, можно указать на одновременный учет неоднородности, старения и ползучести уплотняемых грунтов. В связи с этим ниже исследуем процесс уплотнения, происходящий в слое трехфазного грунта для ряда задач механики.

Итак, рассмотрим уплотнение слоя грунта мощностью h , залегающего под песчаной подушкой. В начальный момент времени ($t = 0$) к слою грунта мгновенно прикладывается распределенная нагрузка с интенсивностью $q = q(z, t)$. Верхняя поверхность уплотняемого массива водонепроницаема, а нижняя водонепроницаемая. При этом величина избыточного порового давления $p(z, t)$ при $t = 0$ будет равна

$$p|_{t=0} = q - p_{\text{стр}} = q_0, \quad (1)$$

т.е. часть нагрузки, равная величине структурной прочности сжатия $p_{\text{стр}}$, сразу же воспринимается скелетом грунта.

Основное уравнение одномерной задачи механики однородных уплотняемых трехфазных грунтов без учета ползучести имеет вид [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} \Big|_{T=T_1} + \gamma_1 \left[a_1 a^{(1)} c_0 \frac{h^2}{c_{1v}} + \frac{a_1 a^{(1)} A_1}{T_1} \right] p(\xi, T_1) = \frac{\partial^2 p}{\partial \xi^2} + a_0 a^{(1)} \dot{q}(\xi, T_1) + \\ + \gamma_1 a_1 a^{(1)} \left[\frac{c_0 h^2}{c_{1v}} + \frac{A_1}{T_1} \right] \cdot q_0(\xi, T_1), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \beta' (1 + \varepsilon_{\text{ср}}) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k(1 + \varepsilon_{\text{ср}})}{\gamma_b} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}, \quad (2)$$

где ε – коэффициент пористости; β' – коэффициент объемного сжатия; k – коэффициент фильтрации; $\varepsilon_{\text{ср}}$ – средний коэффициент пористости; γ_b – объемный вес воды; p – давление в поровой жидкости; t – время; z – координата.

Состояние скелета упругоползучего однородного грунта и уравнение равновесия, может быть соответственно математически описано следующим соотношением [4]:

$$\begin{aligned} \varepsilon(z, t) = \varepsilon(\tau_1) - a_0 \sigma(z, t) + \\ + \int_{\tau_1}^t \sigma(z, \tau) \frac{\partial \delta(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\delta(t, \tau) = a_0 + a_1 \phi(t) \cdot \left[1 - e^{-\gamma_1(t-\tau)} \right], \quad (4)$$

$\varepsilon(\tau_1)$ – начальный коэффициент пористости; a_0 – коэффициент сжимаемости; $\sigma(z, t)$ – напряжение в скелете грунта; τ_1 – момент приложения нагрузки; a_1, γ_1 – параметры ползучести; $\phi(t)$ – функция старения.

Согласно общей модели В.А. Флорина [4] имеем:

$$\sigma(z, t) + p(z, t) = q(z, t), \quad (5)$$

Рассматривая совместно выражения (1)–(4), после некоторых математических выкладок относительно порового давления, получим следующее дифференциальное уравнение в безразмерных координатах:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p(\xi, T)}{\partial T^2} + \gamma_1 \left[(1 + a_1 c_0 a^{(1)}) \frac{h^2}{c_{1v}} + \frac{a_1 a^{(1)} A_1}{T} \right] \frac{\partial p}{\partial T} = \\ = \gamma_1 \left(\frac{\partial}{\partial T} + \frac{h^2}{c_{1v}} \right) \frac{\partial^2 p}{\partial \xi^2} + \\ + a a^{(1)} \ddot{q} + \gamma_1 \left[(a_1 + a_0 c_0) a^{(1)} \frac{h^2}{c_{1v}} + a_0 A_1 \frac{1}{T} \right] \dot{q}, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} c_{1v} = \frac{k(1 + \varepsilon_{\text{ср}})}{\gamma_b} a^{(1)}, \quad T = \frac{c_{1v}}{h^2} t, \quad \xi = \frac{x_3}{h}, \\ a^{(1)} = 1 / [a_0 + \beta_{\text{ср}} (1 + \varepsilon_{\text{ср}})]. \end{aligned} \quad (7)$$

Начальными условиями для данной задачи будут:

$$\delta(\xi, T_1) = q_0(\xi, T_1), \quad (9)$$

Уравнение вида (6) при постоянной нагрузке и без учета структурной прочности сжатия грунта исследовано в [5].

Если грунт деформируется только в вертикальном направлении, то по теории фильтрационной консолидации сумма избыточного порового давления и эффективного напряжения в грунте $\sigma(z, t)$ в любой момент времени равна внешней нагрузке, т.е. $p + \sigma = q$.

При модифицированном законе Дарси граничные условия исследуемой задачи примут вид

$$p|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z}\bigg|_{z=h} = I_0 \gamma_b. \quad (10)$$

Здесь I_0 – начальный градиент напора.

В выражениях (6)–(10) заменим функцию $p(z, t)$ на

$$p(z, t) = \bar{p}(z, t) + I_0 \gamma_b z, \quad (11)$$

тогда соответственно получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{p}(\xi, T)}{\partial T^2} + \gamma_1 \left[(1 + a_1 c_0 a^{(1)}) \frac{h^2}{c_{lv}} + \frac{a_1 a^{(1)} A_1}{T} \right] \frac{\partial \bar{p}}{\partial T} = \gamma_1 \left(\frac{\partial}{\partial T} + \frac{h^2}{c_{lv}} \right) \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \xi^2} + \\ + a a^{(1)} \ddot{q} + \gamma_1 \left[(a_1 + a_0 c_0) a^{(1)} \frac{h^2}{c_{lv}} + a_0 A_1 \frac{1}{T} \right] \dot{q}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{p}}{\partial T}\bigg|_{T=T_1} + \gamma_1 \left[a_1 a^{(1)} c_0 \frac{h^2}{c_{lv}} + \frac{a_1 a^{(1)} A_1}{T_1} \right] \bar{p}(\xi, T_1) = \frac{\partial^2 \bar{p}}{\partial \xi^2} + a_0 a^{(1)} \dot{q}(\xi, T_1) + \\ + \gamma_1 a_1 a^{(1)} \left[\frac{c_0 h^2}{c_{lv}} + \frac{A_1}{T_1} \right] \cdot q_0(\xi, T_1) - \gamma_1 \left[a_1 a^{(1)} c_0 \frac{h^2}{c_{lv}} + \frac{a_1 a^{(1)} A_1}{T_1} \right] I_0 \gamma_b \xi, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\bar{p}(\xi, T_1) = q_0(\xi, T_1) - I_0 \gamma_b \xi, \quad (14)$$

$$\bar{p}|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial \bar{p}}{\partial z}\bigg|_{z=h} = 0. \quad (15)$$

Таким образом, данную задачу можно сформулировать следующим образом. В безразмерных координатах требуется определить давление в поровой жидкости $p(\xi, T)$, напряжение в скелете $\sigma(\xi, T)$ и вертикальные перемещения верхней поверхности $S(T)$ (осадок) грунтового слоя в области $\Omega = \left\{ M \in_{t>T_1} [0, 1] \right\}$, если $\bar{p}(\xi, T)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению (12) начальным (13), (14) и граничным (15) условиям.

Решение уравнения (12), удовлетворяющее указанным условиям, представим в виде

$$p(\xi, T) = \sum_{j=0}^{\infty} T_j(T) \sin \frac{(2j+1)\pi}{2} \xi, \quad T \in [T_1, T], \quad \xi \in [0, 1], \quad (16)$$

где

$$T_j(T) = T_{0j}(T) + T_{1j}(T), \quad T_{0j}(T) = T^{1-\beta} \exp \left[-0,5 \left(M_j^{(1)} - \sqrt{[M_j^{(1)}]^2 - 4N_j^{(1)}} \right) \right] \cdot TR_j(T),$$

$$R_j(r_j) = C_{1j} F(\alpha_j, c, r_j) + C_{2j} G(\alpha_j, c, r_j);$$

$$T_{1j}(T) = \int_{T_1}^T \frac{Q_j(\tau) \{ G[r_j(\tau)] \cdot F[r_j(T)] - F[r_j(\tau)] \cdot G[r_j(T)] \}}{G[r_j(\tau)] \cdot \dot{F}[r_j(\tau)] - F[r_j(\tau)] \cdot \dot{G}[r_j(\tau)]} \cdot d\tau;$$

$$M_j^{(1)} = \gamma_1 \left[\left(1 + a_1 c_0 a^{(1)} \right) \frac{h^2}{c_{lv}} + \frac{\beta_j^2}{\gamma_1} \right]; \quad D^{(1)} = a_1 a^{(1)} A_1;$$

$$N_j^{(1)} = \gamma_1 h^2 \frac{\beta_j^2}{c_{lv}}; \quad r_j = \sqrt{\left[M_j^{(1)} \right]^2 - N_j^{(1)} T}, \quad c = 2 - D^{(1)}; \quad a_j = 0,5 \left(M_j^{(1)} - \sqrt{\left[M_j^{(1)} \right]^2 - 4 N_j^{(1)}} \right);$$

$$\alpha_j = \left[\beta_j (2 - D^{(1)}) - (1 - D^{(1)}) M_j^{(1)} \right] / \sqrt{\left[M_j^{(1)} \right]^2 - 4 N_j^{(1)}}.$$

$$Q_j(T) = 2/n \int_0^1 F(\xi, T) \sin \frac{2j+1}{2} \pi \xi d\xi, \quad \beta_j^2 = \left[\frac{(2j+1)\pi}{2} \right]^2,$$

$$F(\xi, T) = a_1 a^{(1)} \ddot{q} + \gamma_1 \left[(a_1 + a_0 c_0) \cdot a^{(1)} \frac{h^2}{c_{lv}} + a_0 A_1 \frac{1}{T} \right] \dot{q}.$$

Здесь $F(\alpha_j, c, r_j)$ и $G(\alpha_j, c, r_j)$ соответственно являются вырожденными гипергеометрическими функциями первого и второго родов. Коэффициенты $C_k, k = 1, 2$ определены из начальных условий (13), (14). При этом $F(\alpha_j, c, r_j)$ называется функцией Куммера. Она разлагается в степенной ряд

$$F(\alpha_j, c, r_j) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\alpha_j)_k}{(c)_k k!} \cdot r_j^k. \quad (17)$$

Тогда функция $G(\alpha_j, c, r_j)$ через $F(\alpha_j, c, r_j)$ выражается следующим образом:

$$G(\alpha_j, c, r_j) = \frac{\Gamma(1-c)}{\Gamma(\alpha_j - c - 1)} \cdot G(\alpha_j, c, r_j) - \frac{F(1-c)}{F(\alpha_j)} \cdot r_j^{1-c} (1 + \alpha_j - r_j; 1 - c; r_j).$$

Причем ряд (17) сходится при всех r_j .

Для вычисления осадок $S(T)$ грунта в безразмерной координате используем формулу вида

$$S(T) = \frac{a_0 h}{1 + \varepsilon_0} \int_0^1 \sigma(\xi, T) d\xi, \quad (18)$$

где $\sigma(\xi, T)$ – напряжение в скелете грунта. Оно находится из

$$\sigma(\xi, T) = q(\xi, T) - \sum_{j=0}^{\infty} T_j(T) \sin \frac{(2j+1)\pi}{2} \xi. \quad (19)$$

Подставив выражение (19) в (18), находим

$$S(T) = \frac{a_0 h}{1 + \varepsilon_0} \left[\int_0^1 q(\xi, T) d\xi - \frac{2}{\pi} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{T_j(T)}{2j+1} \right]. \quad (20)$$

При $T \rightarrow 0$ имеем, что $\sigma(\xi, T) \rightarrow 0$, а при $T \rightarrow \infty$ напряжение стремится к q . Следовательно, если поровое давление изменится от q до 0, то напряжение принимает значения от 0 до q . При этом $S(T)$ изменится от 0 до

$$S_{\infty} = \frac{a_0 h}{1 + \varepsilon_0} \int_0^1 q(\xi, \infty) d\xi. \quad (21)$$

Если $q(\xi, T) = q = \text{const}$ то из (21) находим, что $S_{\infty} = \frac{a_0 q h}{1 + \varepsilon_0}$, т.е. неустановившаяся

осадка слоя уплотняемого грунта во времени изменяется в диапазонах от 0 до .

Анализ расчетных формул показал, что с увеличением мощности уплотняемого грунтового массива максимальное значение порового давления и время его наступления увеличивается. При этом значение осадки уменьшается в течение всего периода уплотнения. Так, например, при толщине слоя 5 и 20 м максимальное значение порового давления отличается более чем 1,5 раза. Причем для толщины 20 м пик более растянут по сравнению с пиком для толщин 5 и 10 м. Это означает, что с увеличением толщины уплотняемого слоя грунта уменьшается скорость нарастания напряжений в скелете грунта, а в уплотняемых грунтовых массивах с малыми мощностями скорость нарастания напряжений в скелете грунта не только велика, что приводит к отставанию роста деформаций от роста напряжений в скелете грунта. В то же время при большой толщине уплотняемого слоя грунта

скорость нарастания напряжений в скелете грунта будет небольшой и деформации уплотнения вследствие ползучести и старения скелета грунта протекает без заметного отставания.

Таким образом, максимальное значение порового давления в основаниях сооружений зависит от длины пути фильтрации, т.е. от размеров уплотняемого слоя грунта. Причем чем больше мощность уплотняемого грунтового массива, тем медленнее протекают фильтрационные процессы. Это означает, что процесс возрастания порового давления будет продолжаться за счет ползучести и старения скелета грунта.

Следует заметить, что подобные задачи в иных постановках, авторами данной работы, также исследованы в [1–3].

Список литературы

1. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Айашова А. Задачи консолидации земляных масс, решаемые в функциях Бесселя // Журнал «Международный журнал экспериментального образования». – 2014. – № 5 (часть 1). – С. 102–108.
2. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Мадияров Н.К. Многомерные задачи консолидации наследственно-стареющих земляных масс. // Журнал «Международный журнал экспериментального образования». – 2014. – № 8 (часть 1). – С. 37–47.
3. Дасибеков А., Юнусов А.А., Юнусова А.А., Абжабаров А.А. Физическая нелинейность в консолидации грунтов. // Журнал «Международный журнал экспериментального образования». – 2014. – № 8 (часть 1). – С. 47–53.
4. Флорин В.А. Основы механики грунтов. – М.: Госстройиздат, 1961. – 543 с.
5. Цытович Н.А., Тер-Мартirosян З.Г. Основы прикладной геомеханики в строительстве. – М.: «Высшая школа», 1981. – 317 с.