

УДК 378.14.015.62

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН В КУРСЕ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Самсонова С.А.

*ФГАОУ ВО «Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова»,
Коряжма, e-mail: s.samsonova-safu@yandex.ru*

В статье рассмотрены особенности изучения раздела «Случайные величины» в рамках курса «Теория вероятностей и математическая статистика» с помощью информационных технологий. При изучении студентами дисциплины значительно повысить качество результатов обучения позволит использование универсального математического пакета Mathcad, предназначенного для выполнения инженерных и научных расчетов. Применение математических пакетов в стохастической подготовке способствует формированию у студентов адекватного представления о месте, роли и широких возможностях современных информационных технологий при решении самых разнообразных задач теории вероятностей и математической статистики. В статье наглядно представлены возможности применения математического пакета Mathcad при изучении непрерывных случайных величин, вычислении числовых характеристик. На конкретном примере показано нахождение плотности вероятности случайной величины, построение графиков.

Ключевые слова: студенты, вероятность, информационные технологии

APPLICATION OF INFORMATION TECHNOLOGIES FOR STUDY OF CONTINUOUS RANDOM VARIABLES IN THE COURSE OF PROBABILITY THEORY

Samsonova S.A.

*Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education «Northern (Arctic)
Federal University named after M.V. Lomonosov», Koryazhma, e-mail: s.samsonova-safu@yandex.ru*

The article describes the features of studying under «Random variables» in the course «Theory of Probability and Mathematical Statistics» with the help of information technology. In the study of discipline students significantly improve the quality of learning outcomes will enable the use of Mathcad universal mathematical package, intended to carry out engineering and scientific calculations. The use of stochastic mathematical packages in preparation contributes to the formation of the students an adequate idea of the place, the role and the wide possibilities of modern information technology in solving a variety of problems of probability theory and mathematical statistics. The article clearly presented the possibility of using mathematical package Mathcad in the study of continuous random variables, the calculation of numerical characteristics. In the particular example shown in finding the density of the random variable probability plotting.

Keywords: students, a probability, information technologies

Современные информационные и коммуникационные технологии, предоставляя широкие возможности для создания и внедрения эффективных методов и форм обучения, основанных на их применении, являются одной из основных составляющих предмета подготовки студента – будущего специалиста. Вопросы, посвященные компьютерно-ориентированным методикам изучения различных тем школьного и вузовского курсов математики, рассматриваются в работах Е.В. Ашкинудзе, Я.А. Ваграменко, Ю.С. Брановского, С.Г. Григорьева, В.В. Гриншуна, В.П. Дьяконова, В.А. Далингера, Г.Л. Луканкина, В.Р. Майера, И.В. Роберт, А.В. Якубова и др.

Продуктивность использования информационных технологий в обучении стохастике (теории вероятностей и математической статистике) обеспечивает-

ся реализацией совокупности условий, которые способствуют включению студентов в активную и многовариантную учебную деятельность, формированию их стохастической и информационной культуры в активную и многовариантную учебную деятельность, формированию их стохастической и информационной культуры [5].

По нашему мнению, при изучении студентами теории вероятностей и математической статистики значительно повысить качество результатов обучения позволит использование универсального математического пакета Mathcad, предназначенного для выполнения инженерных и научных расчетов [1-4]. Целесообразность его применения при решении вероятностных и статистических задач обоснована нами в работе [5].

Рассмотрим более подробно возможности применения Mathcad при изучении темы «Непрерывные случайные величины».

Так, для введения нужной функции плотности вероятности достаточно удобно использовать окно Insert Function (сочетание клавиш [Ctrl]+[Shift]+[F]), в котором требуемые встроенные функции находятся в списке Probability Density (Плотность вероятности). Известно, что для вычисления функции распределения можно найти посредством интегрирования плотности вероятности. Благодаря наличию в Mathcad специальной встроенной функции $\text{pnorm}(x, \mu, \sigma)$ можно производить необходимые вычисления, не находя «неберущийся» сложный несобственный интеграл.

Посредством встроенной функции $\text{dnorm}(x, \sigma, a)$ (приставка d от англ. density – плотность) вычисляется плотность нормального распределения. Плотность вероятности $p(x)$ и теоретическая функция распределения $F(x)$ стандартного нормального распределения находят таким образом:

$$p(x) := \text{dnorm}(x, 0, 1)$$

$$F(x) := \text{pnorm}(x, 0, 1)$$

Большое значение для усвоения понятий плотности распределения и функции распределения случайной величины, их свойств имеет геометрическая интерпретация, обеспечивающая, главным образом, развивающую функцию обучения, высокую умственную активность, пространственное и геометрическое мышление студентов.

В MathCAD для стандартного нормального распределения имеются следующие

встроенные функции, благодаря которым можно вычислить квантили:

$$\text{qnorm}(0.5, 0, 1) = 0 \text{ – медиана;}$$

$$\text{qnorm}(0.25, 0, 1) = -0.674 \text{ – нижняя квартиль;}$$

$$\text{qnorm}(0.75, 0, 1) = 0.674 \text{ – верхняя квартиль;}$$

$$\text{qnorm}(0.95, 0, 1) = 1.645 \text{ – 0.95-квантиль.}$$

Для того чтобы вычислить вероятность попадания случайной величины в некоторый интервал посредством использования нормированной функции распределения (при дисперсии σ^2 и математическом ожидании a), как правило, используют затабулированную функцию Лапласа – нормированную функцию вероятности (полагают $a = 0$, $\sigma = 1$). При решении подобных задач посредством пакета не требуется применять нормированные функции вероятности в связи с тем, в данную систему уже встроены алгоритмы численного интегрирования, позволяющие быстро вычислить функцию распределения в стандартном виде. Если же задачу необходимо решить традиционным способом, то в данном случае можно применить $\text{spnorm}(x)$ – специальную встроенную функцию, в основе которой лежит формула Лапласа.

Значение нормальной функции распределения с математическим ожиданием, равным нулю и среднеквадратическим отклонением, равным единице, вычисляется с помощью функции $\text{pnorm}(x, 0, 1)$.

Для показательного распределения плотность вероятности можно найти в MathCAD, используя специальную функцию $\text{dexp}(x, \lambda)$, а функцию распределения – при помощи $\text{rexp}(x, \lambda)$ (рис. 1).

Математическое ожидание и дисперсию показательного распределения можно вычислить, используя средства аналитического интегрирования.

$$\int_0^{\infty} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot x dx \rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-\lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot x) \cdot x - \exp(-\lambda \cdot x)}{\lambda}.$$

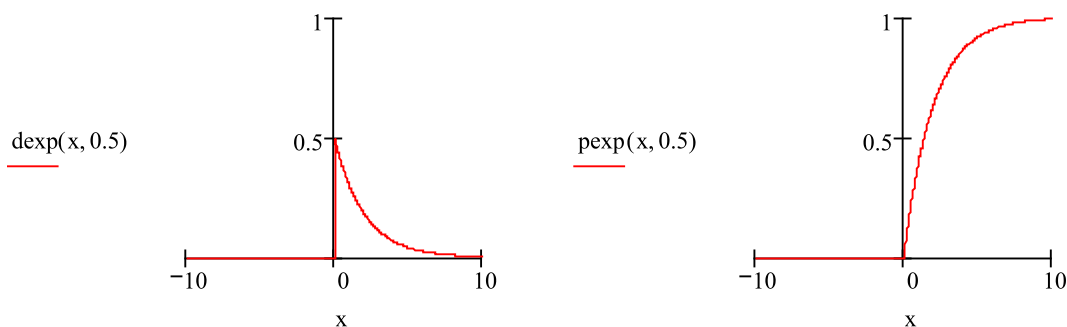


Рис. 1

Символьное вычисление параметров показательного распределения: математического ожидания

$$\int_0^{\infty} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot x dx \text{ assume, } \lambda > 0 \rightarrow \frac{1}{\lambda}$$

и дисперсии

$$\int_0^{\infty} \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot x} \cdot \left(x - \frac{1}{\lambda}\right)^2 dx \text{ assume, } \lambda > 0 \rightarrow \frac{1}{\lambda^2}$$

При этом необходимо в обоих случаях ввести на величину параметра λ какое-либо ограничение посредством оператора Assume панели Symbolic. Если этого не сделать, получим некорректные результаты в виде общих выражений с пределами, причем в случае дисперсии результат будет очень большим.

Рассмотрим следующий пример. Дана двумерная случайная величина (ξ, η) , равномерно распределенная в круге $x^2 + y^2 \leq 1$. Требуется найти плотности вероятности компонент данной случайной величины и построить графики. Найти условные плотности вероятностей величины x при $y = 0; 0,5; 0,8$ и построить графики.

Решение. Сначала вычислим плотность вероятностей случайной величины (ξ, η) .

$$p_{\xi\eta}(x, y) := \begin{cases} \frac{1}{\pi} & \text{if } x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & \text{if } x^2 + y^2 > 1 \end{cases}$$

$$i(x) := \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{\pi} dy \quad i(x) \rightarrow 2 \cdot \frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}}{\pi}$$

В пакете вычисления по формулам осуществляются одновременно с их набором. Переменные, формулы, а также параметры можно изменять, наблюдая мгновенно изменения результата вычислений.

Найдем распределение плотности вероятностей величины ξ

$$p_{\xi}(x) := \begin{cases} i(x) & \text{if } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{if } |x| > 1 \end{cases}$$

Вычислим распределение плотности вероятностей величины η

$$p_{\eta}(y) := \begin{cases} i(y) & \text{if } |y| \leq 1 \\ 0 & \text{if } |y| > 1 \end{cases}$$

Строим графики (рис. 2).

Условное распределение плотности вероятностей

$$a(y) := \sqrt{1-y^2}$$

$$p_{if\xi}(x, y) := \begin{cases} \frac{1}{\pi a(y)} & \text{if } |x| \leq a(y) \\ 0 & \text{if } |x| > a(y) \end{cases}$$

Строим график (рис. 3).

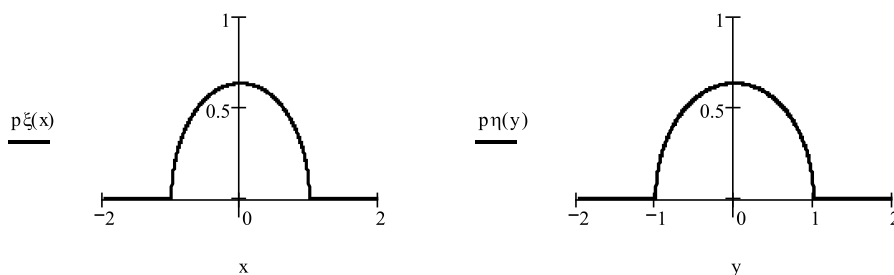


Рис. 2

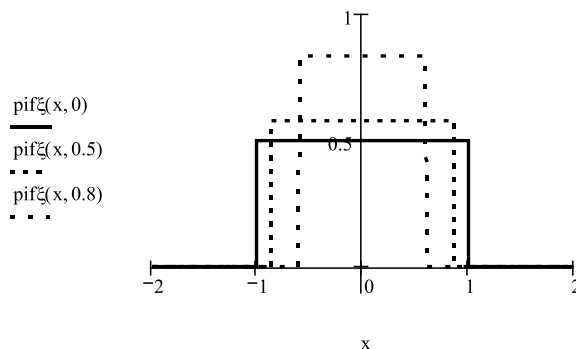


Рис. 3

Таким образом, грамотное использование математических пакетов в стохастической подготовке значительно повышает производительность процесса обучения, позволяет сформировать у студентов адекватное представление о месте, роли и широких возможностях современных информационных технологий при решении самых разнообразных задач теории вероятностей.

Список литературы

1. Дьяконов В.П. Энциклопедия Mathcad 2001 i и Mathcad 11 / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2004. – 832 с.
2. Дьяконов В.П. Mathcad 8–12 для студентов / В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2005. – 631 с.
3. Дьяконов В.П. Mathcad 11/12/13 в математике. Справочник. / В.П. Дьяконов. – М.: Горячая линия. Телеком, 2007. – 958 с.
4. Кирьянов Д.В. Mathcad 15/Mathcad Prime 1.0 / Д.В. Кирьянов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2012. – 432 с.
5. Самсонова С.А. Методическая система использования информационных технологий при обучении стохастике: Монография. – Архангельск: Поморский госуниверситет, 2004. – 249 с.