

## ПРЕИМУЩЕСТВА КОМПЬЮТЕРНОЙ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРИ РАБОТЕ С ПОВЕРХНОСТЯМИ

Кайдасов Ж., Утениязова Д.А.

*Актюбинский региональный государственный университет им. К. Жубанова, Актобе,  
e-mail: jet-k@mail.ru*

Данная работа посвящена исследованию преимуществ использования современных технологий при изучении некоторых поверхностей нетрадиционного вида в курсе дифференциальной геометрии. Ввиду абстрактности понятий, изучаемых в математике, роль реализации принципа наглядности играет исключительное значение в обучении. В статье проведено исследование становления принципа наглядности педагогики и влияние наглядности на усвоение знаний и на развитие творческого мышления. Рассматриваются визуализация как прием обучения и важность влияния эмоционального фактора в учебном процессе по изучению поверхностей в курсе дифференциальной геометрии. Отмечается роль наглядности в развитии познавательного интереса у учащихся в обеспечении успеха деятельности. Раскрытие по возможности связей изучаемых понятий с реальной действительностью с помощью наглядности повышает уровень усвоения знаний о свойствах математических объектов и о глубоких связях между ними. А это способствует повышению интереса учащихся к математике, создавая представление, что математика не только абстрактная наука, но является и «живой» математикой. Обосновывается значение современных технологий в учебном процессе и, в частности, при создании и изучении наглядных образов. Приведены примеры некоторых особенных поверхностей, таких как спиралевидная поверхность, полученная преобразованием катушки Миндинга, трижды обмотанная катушкообразная поверхность и поверхности вращения с гипоциклоидными меридианами.

**Ключевые слова:** творческое мышление, эмоции в обучении, наглядность, поверхность, современные технологии

## THE ADVANTAGES OF COMPUTER VISUALIZATION IN WORKING WITH SURFACES

Kaydasov Zh., Uteniyazova D.A.

*K. Zhubanov Aktobe Regional State University, Aktobe, e-mail: jet-k@mail.ru*

This article is dedicated to researching the advantages of using modern technologies while studying some surfaces in differential geometry course. Due to abstraction of the notions studied in mathematics the role of realization of the principle of visibility is of an exceptional importance in teaching. Research on the formation of the pedagogical principle of visibility and the influence of visual knowledge on the development of creative thinking is presented in the article. Visualization as a method of learning and the importance of the influence of emotional factors in the educational process for the study of surfaces in the course of differential geometry are considered. The need to increase interest and motivation to ensure the success of the activity is noted. With the help of visibility disclosure of links of the studied concepts with the reality whenever possible increases the level of learning the properties of mathematical objects and the deep connections between them. And it promotes increasing students' interest to mathematics, creating representation that mathematics is not just abstract science, but it is also «live» mathematics. The significance of modern technologies in the educational process and in the creation and study of visual images in particular is substantiated. The examples of some unusual surfaces are given, such as the spiral surface obtained by the transformation of Minding's coil, the trice wrapped coil-like surface and surfaces of revolution with hypocycloids as meridians.

**Keywords:** creative thinking, emotions in teaching, visibility, surface, modern technology

В настоящий момент одной из основных тенденций развития общества становится осознание того, что его развитие тесно связано с образованностью людей. Подготовка личности, отвечающей всем критериям – инициативного, деятельного специалиста, способного постоянно совершенствоваться, – сегодня имеет критическую важность.

Стремительное, постоянное обновление знаний, появление новых видов техники приводит к необходимости и преподавателям постоянно учиться и повышать квалификацию. Активное внедрение электронных технологий служит средством решения этих задач. Современные компьютерные средства способствуют повышению ка-

чества и скорости обучения, воспитанию информационной грамотности студента, пониманию необходимости продолжать самообразование в течение всей жизни.

Информационные технологии применяются при решении задач самых разных областей. Конечно, ни один компьютер не может заменить знания и опыт, которыми должны обладать молодые специалисты, но использование компьютера может помочь работать с большей отдачей и увеличить творческий потенциал специалиста.

Цель исследования: обзор преимуществ компьютерной визуализации при работе с поверхностями в курсе дифференциальной геометрии.

Материалы и методы исследования: анализ педагогической, психологической, методической и математической литературы.

Обучение – одно из средств познания окружающего мира, которое осуществляется с помощью органов чувств. Поначалу обучение было связано с трудовой деятельностью, что не вызывало каких-либо затруднений у детей, так как основой обучения были выполняемые операции. В дальнейшем обучение стало включать некоторые теоретические законы, которые невозможно было продемонстрировать вследствие их абстрактности. Появившееся противоречие между отвлеченностью передаваемых знаний и потребностью в создании чувственной опоры разрешил великий чешский педагог Ян Амос Коменский, который полагал, что познавать предметы необходимо на основе эмпирического восприятия. По его мнению, принцип наглядности составлял «золотое правило» дидактики. Крупнейший педагог-гуманист Иоганн Генрих Песталоцци, разработавший теорию природосообразного обучения, показал важность применения наглядности для формирования абстрактных понятий. Выдающийся российский ученый-педагог Константин Дмитриевич Ушинский подчеркивал, что главное в обучении – не обеспечение наглядности знания, а последующее формирование чувственного образа. Дальнейшее развитие педагогики подтвердило, что наглядность является важным и необходимым средством организации образовательного процесса на любом уровне [1].

Согласно исследованиям психологов, до 80% информации человек получает через зрение [2], потому прием визуализации, будучи интересным и увлекательным для обучающихся, способен также стать сильнейшим средством обучения. Это и делает актуальным исследование визуальных средств обучения [3].

На сегодняшний день наукой подтверждено, что пропускная способность органов чувств человека различна. Органы слуха пропускают в мозг больше информации, чем тактильные органы; органы зрения – больше, чем слуховые органы; то есть около 80% всех сведений об окружающем мире человек получает с помощью зрения. Исследования показывают, что сопроводение словесной информации иллюстрацией значительно повышает уровень усвоения – до 65% эффективности восприятия [4].

Жизнь человека протекает в мире образов – это обусловлено современной культурой и развитием цивилизации, – и потому естественно, что и обучение все больше визуализируется. Как методический при-

ем, визуализация информации представлена еще в XVII в. в утопии Т. Кампанеллы «Город солнца» – «...во всем городе стены, внутренние и внешние, нижние и верхние, расписаны превосходнейшею живописью, в удивительно стройной последовательности отображающей все науки...». Описанный таким образом способ обучения можно считать наиболее правильным, идеальным образом получения образования [5].

Как сказал однажды К. Гаусс: «Математика – наука не столько для ушей, сколько для глаз». Наглядность и визуальные образы играют значительную роль в математике – недаром ещё древние математики пытались представлять самые элементарные алгебраические тождества в геометрическом виде. Без наглядных образов знания становятся бессодержательными и формальными, потому было немало сторонников разумной визуализации математики, среди которых и такие великие ученые, как Леонард Эйлер и Бернхард Риман [6].

Считается, что наглядное обучение обеспечивает разностороннее и полное формирование математических знаний и приводит к более высокому уровню развития математического мышления. В последние годы, в связи с переходом к информационному обществу, подспорьем для визуализации математического знания становятся компьютерные технологии [7]. И хотя мнения исследователей о компьютеризации геометрии расходятся, использование компьютера как инструмента оказывается крайне полезным в геометрических исследованиях, изучении многих вопросов и экспериментальном открытии новых фактов [8]. Весь спектр аспектов развития личности человека (его интеллект, эмоции, творческое мышление и др.) определяет потенциал использования информационных технологий в системе образования, в общем.

Эмоции являются неотъемлемой частью познания как процесса. Более того, успешная познавательная деятельность невозможна без эмоциональной составляющей – «большого напряжения и великой страсти требует наука от человека», как сказал академик И.П. Павлов [9]. Поэтому так важно, чтобы учителя и преподаватели воздействовали не только на когнитивную, но и на эмоционально-чувственную сторону воспитанников.

Общеизвестно положение, что процесс обучения и воспитания протекает успешнее, если педагог делает его эмоциональным. Где сегодня эта проблема активизации эмоций не стоит острее, как не в сфере обучения математике? Большинство учащихся убеждены, что математика слишком

абстрактна и далека от их личных нужд, чтобы даже просто браться за чтение учебника или решение задач. И в таких условиях первостепенной задачей педагога является не «научить методам и приемам решения задач», как многие убеждены; но открыть ученикам элегантность, стройность и гармонию математики. Это возможно, если вызвать у студента интерес, мотивировать его.

Мотивация – один из важнейших психологических феноменов, который обеспечивает успех деятельности. В частности, высокомотивированные студенты учатся старательнее и достигают лучших результатов [10]. Мотивировать и развивать познавательный интерес у учащихся – важная и необходимая часть процесса обучения, и для этого нужно пользоваться всеми доступными средствами. Одним из таких средств является наглядность. Психологами установлено, что наглядность необходима в учебном процессе, так как выполняет важные функции – оживляет обучение, мотивирует и «настраивает» на процесс, добавляет убедительности абстрактным понятиям, способствует появлению у учащихся эмоционального отношения к изучаемому предмету. Использование различных функций наглядности способствует более плодотворному мышлению учащихся.

Реализация принципа наглядности при обучении математике является важным компонентом ввиду того, что все математические понятия – абстрактны, вследствие чего существует вероятность, что учащиеся будут воспринимать математику лишь как игру с символами, не осознавая связи изучаемых понятий с окружающим миром. Для получения знаний о свойствах математических объектов и о глубинных связях между ними и применяется наглядность.

Особенности мышления непосредственно влияют на формирование и развитие индивидуальности обучающегося. Логическое (аналитическое) мышление традиционно считается основным средством и целью процесса обучения. Но обилие достижений науки и техники XXI в. требует от человека создания чего-то исключительного и абсолютно нового. Логическое мышление связано с другими мыслительными операциями и не может считаться эффективным для создания нового продукта. Поэтому сегодня большее внимание уделяется развитию у учащихся других видов мышления, в частности, творческого.

Вообще говоря, разделение мышления на воспроизводящее (репродуктивное) и творческое (продуктивное) довольно условно, так как в любом мыслительном акте присутствует как творческая, так и исполнительная, проверяющая и реализующая,

часть. Процесс мыслительной деятельности или ее результат можно назвать творческим, только если он не мог быть получен после логического или алгоритмического вывода. Подлинно творческое деяние требует разрыва устоявшегося, логически обоснованного образа мыслей, возможного за счет иррационального начала.

Априори считается, что знание эффективно только при условии, что им пользуются творчески. Каждый человек изначально обладает творческими способностями, которые развиваются лишь при соответствующих условиях обучения и воспитания [11]. В формировании творческого мышления математике отведена значительная роль. Развитое творческое мышление может не раз помочь специалисту в решении многих задач будущей трудовой деятельности, в том числе тех задач, которые относятся к принятию ответственных решений. И хотя основной целью преподавания любого предмета является формирование специальных, предметных способностей, этими же средствами, и в том числе математическими, можно сформировать и развить гораздо больший набор способностей.

В связи со стремительной информатизацией сферы образования компьютерные технологии все чаще становятся подспорьем для визуализации математического знания. Несмотря на то, что в основном компьютерные технологии включаются в традиционный учебный процесс в качестве вспомогательных средств, в будущем, вне всякого сомнения, процесс обучения будет невозможен без современных информационных технологий. Так, с использованием компьютерных программ можно организовать различные формы учебно-познавательной деятельности студента, сделать целенаправленной и более активной самостоятельную работу обучающихся, углубить межпредметные связи, обеспечить личностно-ориентированный подход в обучении.

Если использование средств наглядности является важным элементом изучения математики, то изучение геометрии без них не представляется возможным. Но в ходе обучения этому предмету зачастую возникает проблема иного рода, а именно проблема развития пространственного воображения. После изучения планиметрии, когда все внимание было сосредоточено на двумерных объектах, учащимся непросто работать с пространственными телами. Поступая затем в высшее учебное заведение, бывший школьник сталкивается с еще более сложными задачами. В этих условиях очевидно, что необходимо обеспечивать студента такими технологиями обучения, которые отводили бы особое место наглядности знания.

В высшей школе большое внимание уделяется геометрическим курсам, где очень часто можно применять компьютерную графику для более полного визуального восприятия изучаемого материала. В курсе аналитической геометрии, к примеру, визуализация может помочь при изучении геометрических свойств таких объектов, как эллипс, парабола и другие кривые; эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды и другие поверхности. При изучении поверхностей цилиндра и конуса демонстрируются динамические процессы сечения их плоскостями – для объяснения возможности изучения кривых второго порядка на основе конических сечений.

Возможности современных программных средств могут быть в особенности полезны при изучении теории поверхностей в рамках курса дифференциальной геометрии. Далек не каждый человек может построить в своем воображении объемную фигуру по заданным уравнениям или условиям. Ранее учёные вынуждены были изображать исследуемые поверхности и тела самостоятельно – но такого рода упражнения будут непосильны для большинства студентов. Применение компьютерных средств визуализации в таких обстоятельствах становится важным и необходимым элементом обучения теории поверхностей.

**Результаты исследования и их обсуждение**

Не рассматривая в этой работе традиционные для дифференциальной геометрии кривые и поверхности (такие как астроида, циклоида и др.; тор, геликоид и др.), остановимся на тех поверхностях, которые, ввиду сложности описывающих уравнений, не включены в стандартный курс. Подобные функции сложно представить и изобразить самостоятельно. В этой связи неопределима роль компьютерных технологий. Их возможности позволяют не только без труда строить любые поверхности, но и давать волю фантазии, видоизменяя уже известные поверхности или даже придумывая новые.

К примеру, поверхность, полученная из катушки Миндинга (назовем ее спиралевидной катушкой), заменой функции для  $z$  и подбором диапазонов для  $u$  и  $v$  (рис. 1):

$$\begin{aligned} x &= \cos u \cdot chv; \\ y &= \sin u \cdot chv; \\ z &= u / 4 - \int_0^v \sqrt{1 - sh^2 t} dt; \\ 0 \leq u &\leq 3\pi; \quad -\pi / 4 \leq v \leq 0. \end{aligned}$$



Рис. 1. Спиралевидная катушка

Так называемая (трижды) обмотанная катушкообразная поверхность (рис. 2) [12]:

$$\begin{aligned} x &= \left( 1, 2 \cos 3u - \frac{1}{3} \cos 4u \right) chv; \\ y &= \left( 1, 2 \sin 3u - \frac{1}{3} \sin 4u \right) chv; \\ z &= -\int_0^v \sqrt{1 - sh^2 t} dt; \\ 0 \leq u &\leq 2\pi; \quad -\pi \leq v \leq \pi. \end{aligned}$$

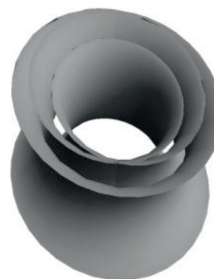


Рис. 2. Обмотанная торообразная поверхность

Следующие поверхности были построены именно вследствие творческого вдохновения, как ответ на вопрос: «Как будут выглядеть поверхности вращения с гипоциклоидами в качестве меридианов?» (рис. 3). Уравнения поверхностей и процесс их построения представлены в работе [13].

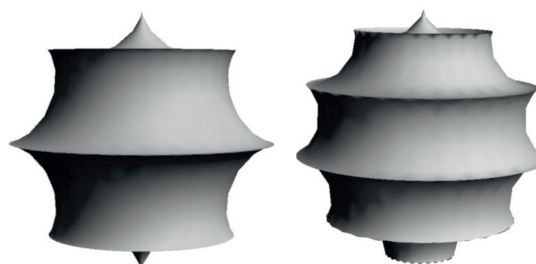


Рис. 3. Примеры поверхностей вращения с гипоциклоидными меридианами

Нельзя утверждать, что для воспитания личностных качеств и навыков, активизации творческого мышления или повышения качества усваиваемого учебного материала студентами достаточно только показывать им подобные иллюстрации. Учеба и мышление – это всегда деятельность самих студентов. При работе над поверхностями студенту полезными будут задания, которые не концентрируются исключительно на расчетах тех или иных характеристик поверхности. Возможности компьютерных технологий позволяют даже не самым успевающим ученикам без труда производить манипуляции над уравнениями и графическими образами поверхностей, руководствуясь только собственными фантазией и интуицией. Как показывает наш исследовательский опыт, подобная практика положительно сказывается как на понимании предмета, так и на формировании положительного к нему отношения.

### Заключение

За последние годы было создано колоссальное количество новых технологий, которые фактически сделали компьютер мощным средством образования. Современный компьютер уже не просто средство для решения задач – расчетных, экономических, технических и т.д., – но и крайне важный элемент процесса формирования навыков, необходимых специалисту в его профессиональной деятельности.

На сегодняшний день преподавание без применения компьютерных технологий уже не представляется возможным, а овладение информационными технологиями является важным требованием к специалисту. Неоценимы преимущества программных средств в создании визуальных образов для трудно представимых объектов, таких как поверхности, заданные сложными параметрическими уравнениями. Вместе с тем использование компьютерной визуализации требует соответствующей подготовки учащихся в высших учебных заведениях. Высокий уровень подготовки специалистов является главным критерием эффективности работы учебного заведения.

### Список литературы

1. Чермит К.Д., Бгуашев А.Б., Бузаров К.И., Берсиров Б.М. Предикаты принципа наглядности и качество их реализации в современной педагогике // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 3: Педагогика и психология. 2014. № 4 (146). [Электронный ресурс]. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/predikaty-printsipa-naglyadnosti-i-kachestvo-ih-realizatsii-v-sovremennoy-pedagogike> (дата обращения: 16.04.2019).
2. Далингер В.А. Обучение математике на основе когнитивно-визуального подхода // Вестник БГУ. 2011. № 1. С. 299–305.
3. Первушина Н.А. Эффективность применения визуальных средств обучения: определение границ // Высшее образование в России. 2013. № 2. С. 121–126.
4. Ягункина К.С. Психолого-педагогические особенности использования средств наглядности в современном образовательном процессе // Материалы V Международной студенческой электронной научной конференции «Студенческий научный форум». [Электронный ресурс]. URL: <https://scienceforum.ru/2013/article/2013003604> (дата обращения: 06.05.2018).
5. Первушина Н.А. Успешность визуализации информации в процессе обучения // Ped.Rev. 2013. № 2 (2). С. 30–35.
6. Далингер В.А. Когнитивно-визуальный подход и его особенности в обучении математике // Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета». Выпуск 2006. [Электронный ресурс]. URL: <http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-151.pdf> (дата обращения: 09.04.2019).
7. Шеховцова Д.Н. Рабочая тетрадь по геометрии как средство визуализации знаний // Вестник ТГПУ, 2009. Выпуск 9 (87). С. 99–102.
8. Подаев М.В. Динамическая визуализация геометрических понятий как средство развития пространственных представлений подростков // Вестник ТГПУ. 2009. Выпуск 9 (87). С. 91–93.
9. Павлов И.П. Письмо к молодежи. 1935 г. [Электронный ресурс]. URL: <http://psy.lsep.ru/article.php?ID=200500308> (дата обращения: 09.04.2019).
10. Пырьев Е.А. Эмоции в структуре мотивации учебно-профессиональной деятельности студентов вуза // Вестник Костромского государственного университета. Сер. «Педагогика. Психология. Социокинетика». 2016. № 1. С. 107–110.
11. Матюшкин А.М. Мышление, обучение, творчество. М.: Издательство Московского психолого-социального института. Воронеж: Издательство НПО «МОДЭК», 2003. 720 с.
12. Кайдасов Ж. О трех видах катушкообразных поверхностей // Достижения науки и образования. 2018. № 1 (23). С. 6–9.
13. Кайдасов Ж. Примеры поверхностей вращения с гипоциклоидными меридианами // Academy. 2019. № 2 (41). С. 4–7.