

УДК 372.851

ОВЛАДЕНИЕ МЕТОДИКОЙ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЧЕРЕЗ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Супрун Л.И., Дмитриева К.Ю., Картавцева В.Н., Позднякова Д.В.

ФГАОУ ВО «Сибирский федеральный университет», Красноярск, e-mail: nectorovakris@mail.ru

Слово «проектировать» в разных словарях и источниках трактуется по-разному. Однако все значения этих слов синонимичны. Судя по словарному толкованию, овладеть методикой проектирования можно на любой дисциплине. Выбрали начертательную геометрию. Сформулировали проблему: определить оптимальный вариант решения предложенной задачи. Для исследования выбрали задачу: построить линию пересечения наклонного конуса с плоскостью общего положения. Согласно намеченному плану работы над проблемой изучили литературу и нашли четыре метода решения поставленной задачи: вспомогательных секущих плоскостей, гомологичного соответствия, замены плоскостей проекций и дополнительного параллельного проецирования. Результат пересечения во всех четырёх случаях получили одинаковый, а время выполнения решения – разное. Затем теми же четырьмя способами решили задачу с дважды изменёнными начальными условиями. В одном из них задача оказалась решаемой всеми способами. Увеличилось только время их выполнения. В другом случае оказалось невозможным применить дополнительное параллельное проецирование. Анализ результатов показал, что из оставшихся трёх способов с учётом временных затрат и минимальной загруженности чертежа линиями построения, самым оптимальным оказалось использование гомологичного соответствия. Рассмотренная методика решения проблемы приемлема для любой дисциплины. Овладение ею крайне необходимо для продуктивной работы студентов.

Ключевые слова: проектирование, начертательная геометрия, постановка задачи, план решения, анализ результатов

MASTERING THE TECHNIQUE OF DESIGNING THROUGH PROBLEM SOLVING DESCRIPTIVE GEOMETRY

Suprun L.I., Dmitrieva K.Yu., Kartavtseva V.N., Pozdnyakova D.V.

Siberian Federal University, Krasnoyarsk, e-mail: nectorovakris@mail.ru

The word «design» in different dictionaries and sources is not treated identically. However, all the meanings of these words are synonymous with each other. Judging by the dictionary interpretation, it is possible to master the design technique in any discipline. Chose descriptive geometry. Formulated the problem: to determine the optimal solution to the proposed problem. For the study, we chose the task: to construct the line of intersection of the inclined cone with the plane of the General position. According to the planned plan of work on the problem, we studied the literature and found four methods for solving the problem: auxiliary secant planes, homologous correspondence, replacement of projection planes and additional parallel projection. The result of the intersection in all four cases was the same, and the execution time of the solution was different. Then the same four methods were used to solve the problem with twice changed initial conditions. In one of them the problem was solved by all means. Only the time of their implementation has increased. In another case, it was not possible to apply additional parallel projection. Analysis of the results showed that of the remaining three methods, taking into account the time spent and the minimum load of the drawing construction lines, the most optimal was the use of homologous correspondence. The considered method of solving the problem is acceptable for any discipline. Mastering it is essential for the productive work of student.

Keywords: design, descriptive geometry, problem statement, solution plan, results analysis

Студенты 1-го курса бакалавриата архитектуры с первого семестра занимаются архитектурным проектированием. Следовательно, с первых шагов обучения им предстоит овладеть методикой проектирования. Выясним толкование слова «проектировать» в разных словарях. У Ожегова [1] – это «намечать», по тезаурусу – «планировать», «составлять план», у Ушакова и Ефремовой [2, 3], – «собирать что-либо делать», «намечать осуществление чего-либо». Судя по словарному толкованию, овладеть методикой проектирования можно на любой дисциплине.

И в первую очередь при изучении начертательной геометрии.

Цель исследования: изучение методики выбора наиболее оптимального варианта решения поставленной проблемы.

Объект исследования: задача по начертательной геометрии.

Метод исследования: сравнительный анализ решения задачи разными способами.

Сформулируем проблему: представить оптимальный вариант решения предложенной задачи.

Задача: построить линию пересечения конуса с плоскостью.

Намечаем этапы работы над проблемой.
 – Задать условие.
 – Изучить имеющиеся приёмы решения задачи.

– Провести сравнительную оценку этих приёмов.

– Проанализировать и оценить возможность применения этих приёмов в изменившихся условиях.

– Выбрать наиболее оптимальный вариант.

Задаём условие задачи. Возьмём вариант, когда ни одной проекции искомой линии пересечения заранее не задано. Пусть имеем наклонный конус, плоскость основания которого параллельна горизонтальной плоскости проекций. Секущая плоскость общего положения.

Изучая литературу, нашли 4 способа решения поставленной задачи.

Метод вспомогательных секущих плоскостей [4].

Проводим вспомогательную секущую плоскость β (проецирующую) так, чтобы она пересекала конус по простейшей линии. Поскольку основание конуса на горизонтальную плоскость проецируется в виде окружности, то вспомогательную плоскость можно выбрать параллельно основанию конуса. Ещё более простой вариант, когда вспомогательная плоскость проходит через вершину конуса (рис. 1, а). Строим линии пересечения вспомогательной пло-

скости с конусом (образующие c и d) и с заданной секущей плоскостью (прямая b). Отмечаем точки пересечения построенных линий: $N = c \cap b$; $L = d \cap b$. Эти точки будут принадлежать искомой линии пересечения плоскости Σ с конусом. Затем строим ещё несколько точек и последовательно соединяем их с учётом видимости. На рис. 1, б, использованы и горизонтальная (α) и фронтально проецирующие вспомогательные плоскости (β).

Гомологичное соответствие [5] (рис. 2).

Из рис. 2, а, видно, что фигуры f' сечения и f основания конуса гомологично соответственные. Центром гомологии является вершина S , осью гомологии – линия s пересечения заданной плоскости Σ с плоскостью γ основания конуса: $s = \Sigma \cap \gamma$. Точки A' пересечения образующей l конуса с плоскостью Σ и A , через которую проходит эта образующая, будут гомологично соответственными. В ортогональных проекциях гомологичное соответствие возникает в поле π_2 (рис. 2, б), где центр гомологии – проекция S_2 вершины конуса. Ось гомологии s_2 пройдёт через горизонтальные проекции 1_2 и 2_2 точек пересечения прямых m и n секущей плоскости Σ с плоскостью γ . Пара соответственных точек $A_2 \rightarrow A_2'$. Остальные точки фигуры сечения определены гомологичными построениями. На фронтальную проекцию точки перенесены через образующие.

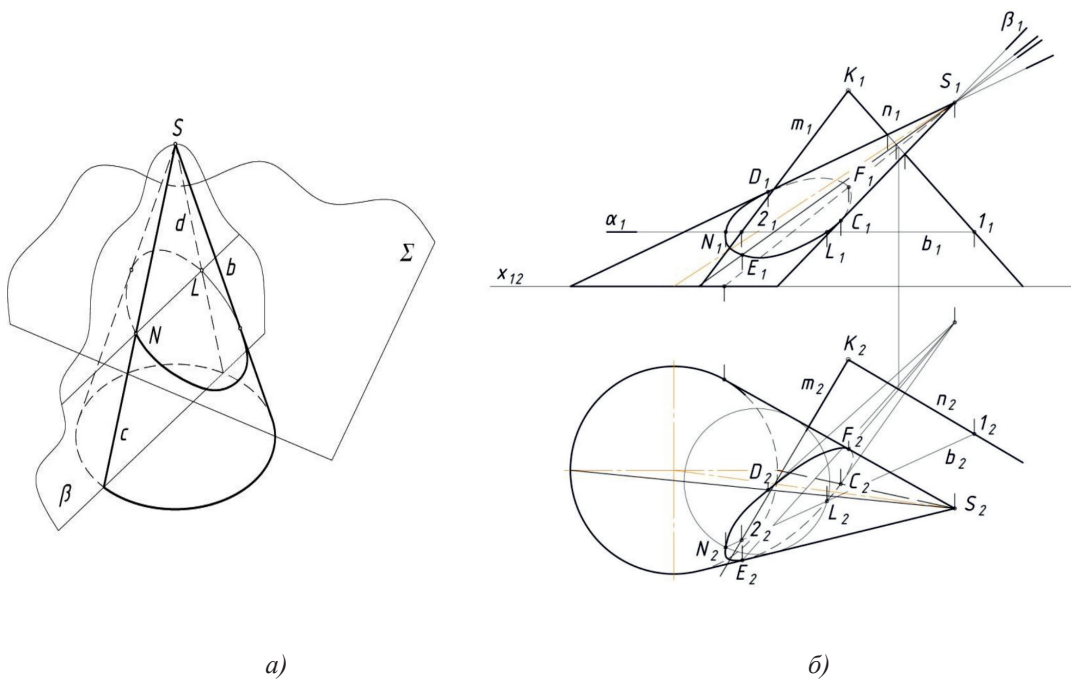


Рис. 1. Метод вспомогательных секущих плоскостей: а) пространственный рисунок; б) эпюр

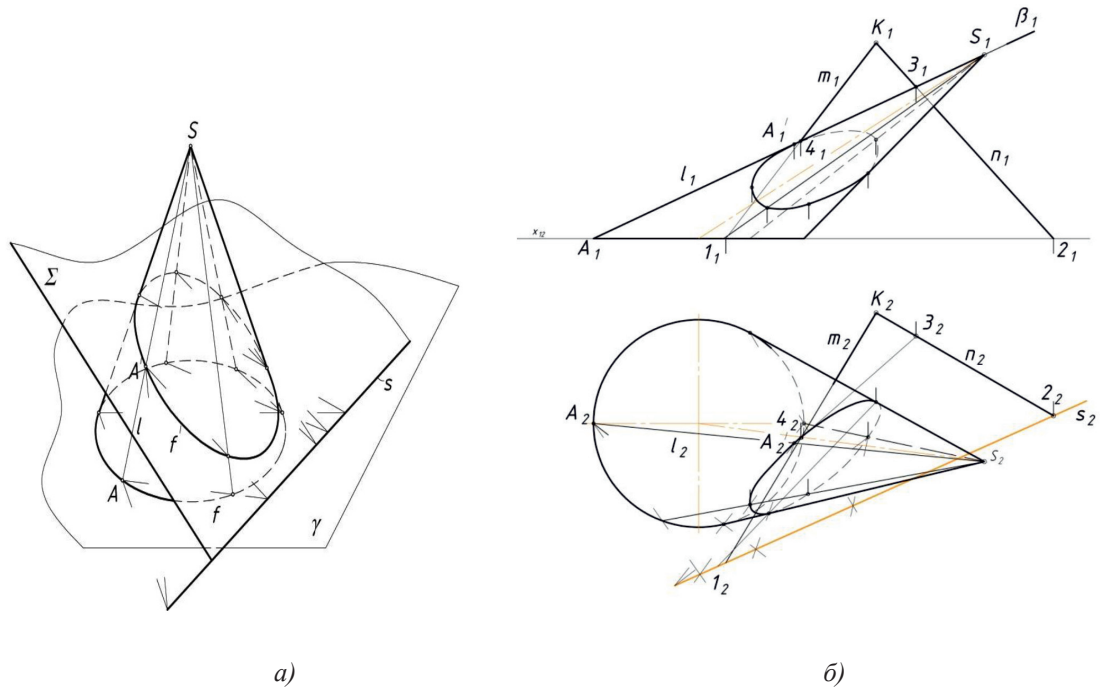


Рис. 2. Гомологичное соответствие: а) пространственный рисунок: б) эпюр

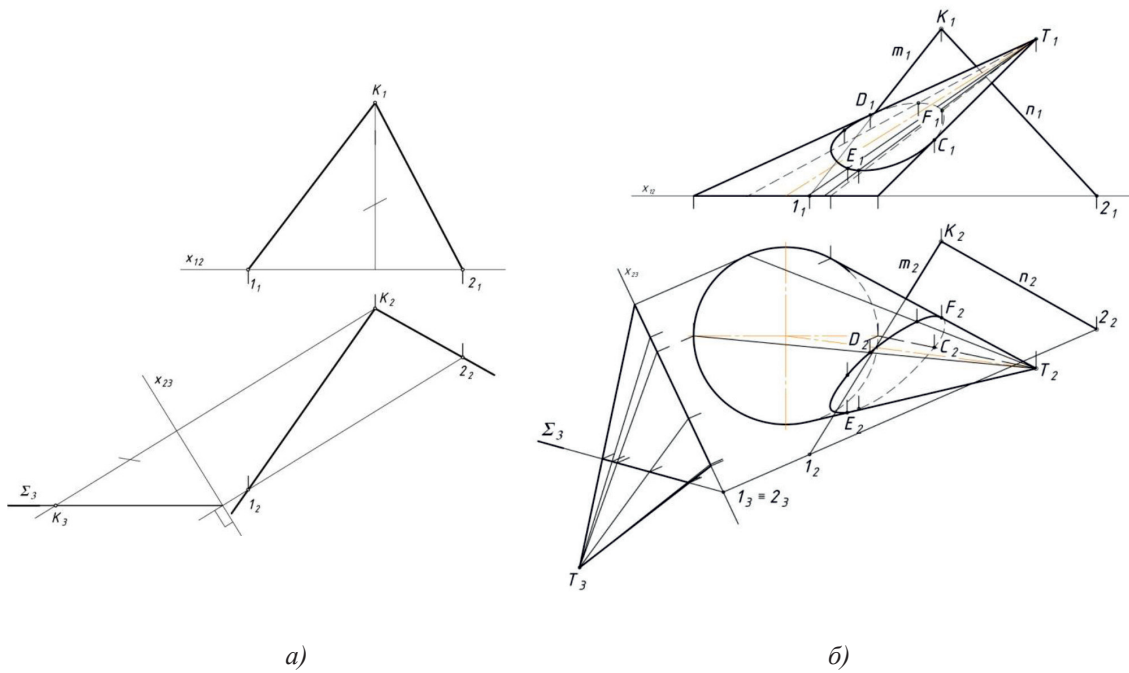


Рис. 3. Метод замены плоскостей проекций: а) преобразование секущей плоскости; б) решение задачи на эпюре

Замена плоскостей проекций [4, 6].

Преобразуем эпюр так, чтобы плоскость Σ общего положения стала проецирующей (рис. 3, а). В плоскости Σ проводим горизонталь 1–2 и задаём плоскость $\pi_3 \perp \pi_2$

и перпендикулярно горизонтали 1–2. На эпюре появится ось $x_{23} \perp 1_2 2_2$ (рис. 3, а). Поскольку в π_1 основание конуса расположено на x_{12} , то в поле π_3 оно будет находиться на оси x_{23} (рис. 3, б). В поле π_3 плоскость Σ

станет проецирующей. Искомое сечение совпадёт со следом Σ_3 плоскости. Это будет та его часть, которая расположена в пределах изображения конуса. Через образующие конуса переносим точки искомого сечения сначала в поле π_2 , затем в π_1 (рис. 3, б).

Дополнительное параллельное проецирование [7].

Сделать плоскость общего положения проецирующей можно и дополнительным параллельным проецированием, выбрав центр S_3 в направлении, параллельном какой-либо прямой линии, лежащей в плоскости Σ . Дополнительную плоскость π_3 совместим с плоскостью γ основания конуса. Построим дополнительную проекцию T_3 вершины конуса. Проекция основания конуса на π_2 и π_3 совпадут. Дополнительную проекцию конуса получим, проведя из T_3 касательные к основанию конуса (рис. 4, а). Проекция плоскости Σ на π_3 представляет собой линию пересечения плоскостей Σ и γ и вырождается в след Σ_3 . Дополнительная проекция искомого сечения на π_3 изображается отрезком A_3B_3 следа Σ_3 . В ортогональных проекциях решение показано на рис. 4, б. Через образующие конуса переносим точки сечения сначала в поле π_2 , затем в π_1 .

Во всех четырёх случаях эллипс построен по 6 точкам, 4 из которых расположены на очерковых образующих конуса. Как видно из рис. 1–4, результат получили один и тот же. Количество выполненных графических операций при решении задачи во всех четырёх случаях примерно одинаково. Оно колеблется от 22 до 24. Временные затраты приведены в первом столбце таблицы. Менее затратным при выбранном условии задачи оказался метод вспомогательных секущих плоскостей, наиболее трудоёмким – метод замены плоскостей проекций.

Изменим условие задачи. Пусть основание конуса находится во фронтально проецирующей плоскости, расположенной под углом к горизонтальной плоскости проекций (рис. 5, а). Снова решаем задачу рассмотренными выше четырьмя способами. Во всех четырех случаях она оказалась решаемой. Один из вариантов решения (гомологичное соответствие) представлен на рис. 5, а. Для построения оси гомологии пришлось воспользоваться дополнительной прямой $d(d_1, d_2)$, лежащей в заданной секущей плоскости Σ . Ось s_2 пройдёт через горизонтальные проекции 1_2 и 2_2 точек пересечения прямых m и d с плоскостью $\gamma \perp \pi_1$.

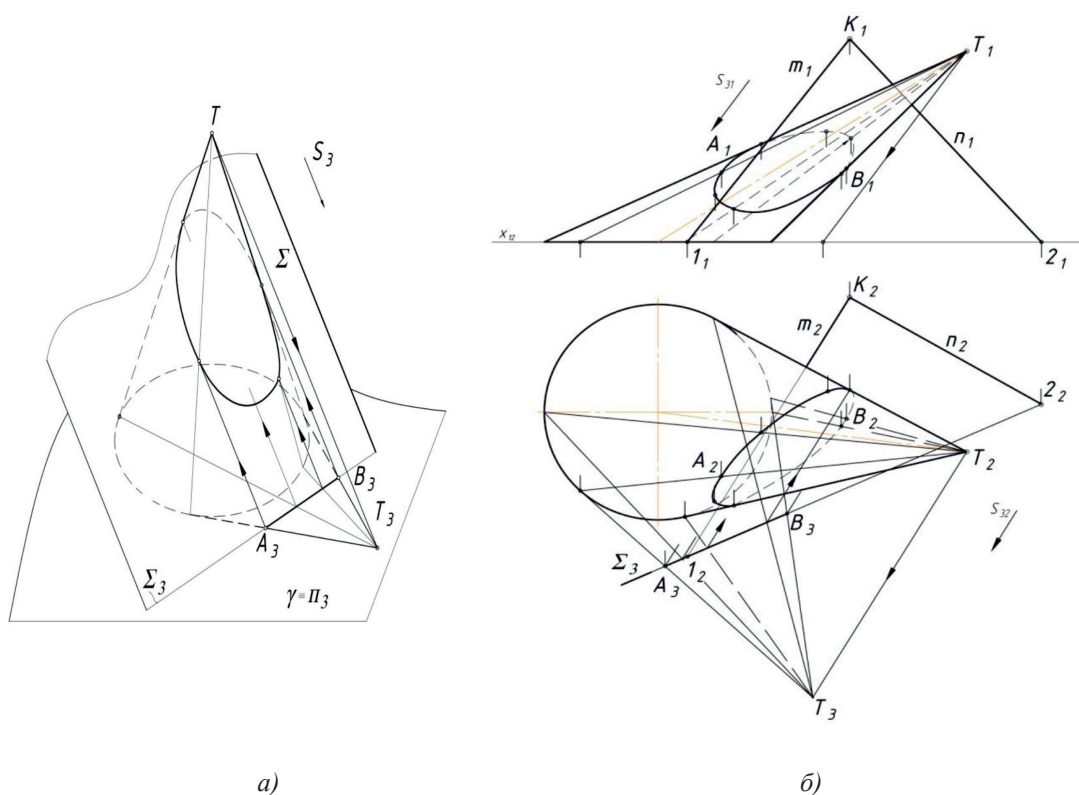
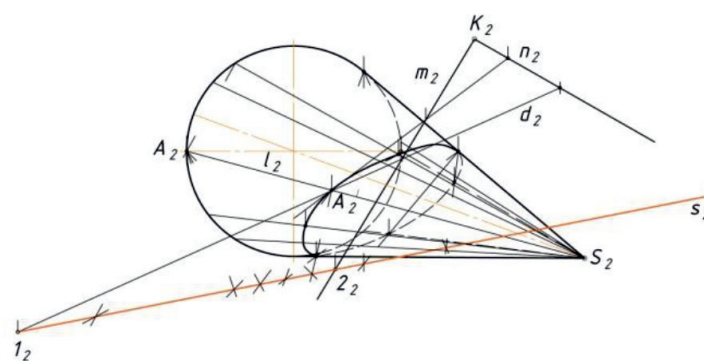
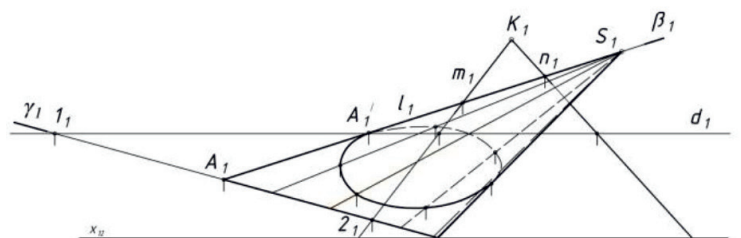


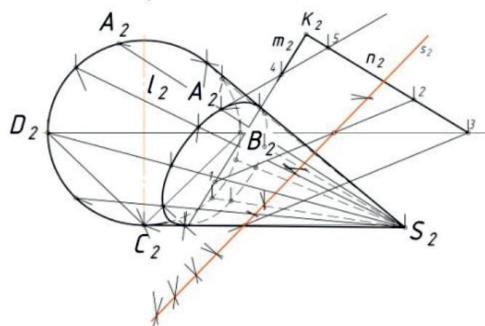
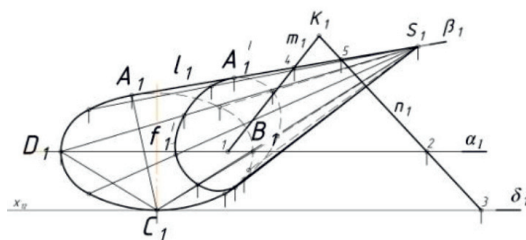
Рис. 4. Метод дополнительного параллельного проецирования:
а) пространственный рисунок; б) эпюр

Пара соответственных точек $A_2 \rightarrow A_2'$ определена при помощи фронтально проецирующей плоскости β , проведённой через образующую l конуса. Временные затраты (таблица, столбик 2) увеличились из-за того, что при изменившемся положении плоскости осно-

вания конуса пришлось использовать дополнительные прямые линии заданной секущей плоскости. А при замене плоскостей проекций основание конуса в дополнительном поле проецируется в виде эллипса. Время ещё затрачено на построение его точек.



а)



б)

Рис. 5. Изменённое условие задачи: а) основание конуса расположено во фронтально проецирующей плоскости; б) основание конуса в плоскости общего положения

Затраты времени на решение задачи

Расположение плоскости основания конуса Метод	Горизонтальная	Фронтально-проецирующая	Общего положения	Средние затраты времени
Вспомогательной секущей плоскости	13 мин	18 мин	21 мин	17,6
Гомология	14 мин	17 мин	21 мин	17,6
Замена плоскостей проекций	19 мин	22 мин	28 мин	23,0
Дополнительное параллельное проецирование	16 мин	20 мин	–	–

Наконец возьмём общий вариант. Основание конуса лежит в плоскости общего положения (рис. 5, б) и опять решаем задачу четырьмя способами. Для удобства выполнения построений в основании конуса выделим треугольник DBC . В этом случае совершенно неприемлемым оказался 4-ый вариант. Очень трудно было подобрать направление дополнительного проецирования так, чтобы построение не выходило за пределы чертежа. Ситуация осложнялась ещё тем, что каждый раз необходимо строить точку пересечения прямой линии общего положения с плоскостью общего положения основания конуса. Остальные три варианта оказались снова решаемы. Результат в гомологичном варианте представлен на рис. 5, б. В этом случае гомологичное соответствие возникает между f_1 и f_1' в плоскости π_1 и между f_2 и f_2' в плоскости π_2 . На рис. 5, б, гомологичные построения выполнены в плоскости π_2 . Ось гомологии s_2 , как горизонтальная проекция линии пересечения двух плоскостей Σ и γ общего положения построена при помощи вспомогательных плоскостей α и δ . Пара соответственных точек $A_2 \rightarrow A_2'$ определена путём построения точки пересечения образующей l с секущей плоскостью Σ . В плоскость π_1 точки фигуры сечения перенесены через образующие конуса. Можно было сделать наоборот. Гомологичные построения выполнить в π_1 , а в плоскость π_2 перенести через образующие. Не исключены и гомологичные построения в обеих плоскостях проекций. С плоскостью общего положения увеличилось время решения задачи, что видно из третьего столбца таблицы. Самым трудоёмким оказался метод замены плоскостей проекций.

Выводы

Проанализировав возможные ситуации поставленной проблемы, можно сказать, что в общем случае (т.е. независимо от способа задания условия) для её решения из четырёх рассмотренных вариантов приемлемы только три: метод вспомогательных секущих плоскостей, гомология и замена плоскостей проекций. В последнем столбце таблицы приведено среднее время решения задачи

каждым приемлемым методом независимо от способа задания условия задачи. Менее затратными по времени оказались первые два: метод вспомогательных секущих плоскостей и гомология. Но по наименьшей загруженности чертежа линиями построения предпочтение следует отдать гомологии.

Итак, оптимальным вариантом решения предложенной задачи является гомология.

Заключение

На примере решения конкретной задачи начертательной геометрии показано, как путём анализа ситуации и цепочки логических рассуждений, можно разрешить поставленную проблему. Сформулированная проблема может быть выдвинута на абсолютно любой дисциплине, так как методика проектирования и ее способы аналогичны. Главными этапами в проектировании являются: анализ поставленной задачи, исследование предполагаемых решений и выбор наиболее оптимального варианта. Рассмотренные этапы подходят для решения задач всех видов проектирования. Полученные умения учитывать различные факторы решения поставленной проблемы и их анализ применимы в течении всего учебного процесса. Поэтому освоение методики проектирования крайне необходимо для продуктивной работы студента.

Список литературы

1. Ожегов С.И. Толковый словарь русского языка. М.: Мир и Образование, Оникс, 2011. 736 с.
2. Ушаков Д.Н. Толковый словарь современного русского языка. М.: «Аделант», 2014. 800 с.
3. Ефремова Т.Ф. Современный толковый словарь русского языка. М.: АСТ, 2010. 699 с.
4. Супрун Л.И., Супрун Е.Г. Начертательная геометрия: учебник. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2018. 244 с.
5. Каракулова Е.Е. Использование гомологичного соответствия для решения задач начертательной геометрии // Молодёжь и наука: сборник материалов VIII Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных, посвященной 155-летию со дня рождения К.Э. Циолковского [Электронный ресурс]. URL: <http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2012/section13.htm> (дата обращения: 05.04.2019).
6. Бударин О.С. Начертательная геометрия: краткий курс: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям и специальностям в обл. техники и технологий. СПб.: Лань, 2009. 359 с.
7. Супрун Л.И. Решение задач методом дополнительного проецирования: методические указания к самостоятельной работе над эпюром № 1 для студентов 1 курса. Красноярск: КИСИ, 1989. 38 с.