

СТАТЬИ

УДК 372.851

ТАБЛИЧНЫЕ МОДЕЛИ В ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ**¹Храмова Н.А., ²Храмов Д.А.**¹*Мордовский государственный педагогический университет имени М.Е. Евсевьева, Саранск, e-mail: nadegdalem@mail.ru;*²*Лицей № 25 имени Героя Советского Союза В.Ф. Маргелова, Саранск, e-mail: dima-hramov@mail.ru*

Обучение учащихся решению математических задач является одной из основных целей школьного математического образования. Математические задачи встречаются на протяжении всего школьного курса математики, а их решение занимает значимую роль не только в математическом образовании, но и в формировании у обучающихся отдельных учебных действий. Существует множество методов решения текстовых задач школьного курса математики, среди которых важную роль играет метод табличного моделирования, ставящий в соответствие условию задачи табличную математическую модель, способствующую поиску решения задачи. В статье представлен ряд принципов, описывающих основные аспекты работы с табличной математической моделью. Также раскрываются теоретические и практические аспекты применения табличных моделей в обучении решению задач школьного курса математики. Рассматриваются основные понятия: текстовая задача, математическое моделирование, табличные модели. Приводится метод табличного моделирования и подробно, на примерах, рассматриваются этапы его реализации. Метод табличного моделирования позволяет схематично решить любую математическую задачу. Для того чтобы обучающиеся могли правильно применять данный метод в своей деятельности, их необходимо обучить каждому этапу решения задачи табличным методом. Решение задачи методом табличного моделирования представляет собой совокупность десяти этапов решения. После того как обучающиеся в полной мере овладеют всеми этапами решения математической задачи методом табличного анализа, можно сократить алгоритм решения до четырех основных этапов.

Ключевые слова: текстовая задача, математическое моделирование, табличная модель, этапы решения, метод табличного моделирования

TABULAR MODELS IN TEACHING THE SOLUTION OF PROBLEMS OF THE SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS**¹Khramova N.A., ²Khramov D.A.**¹*Mordovain State Pedagogical University named after M.E. Evseyev, Saransk, e-mail: nadegdalem@mail.ru;*²*Lyceum № 25 named after Hero of the Soviet Union V.F. Margelov, Saransk, e-mail: dima-hramov@mail.ru*

Teaching students to solve mathematical problems is one of the main goals of school mathematical education. Mathematical problems occur throughout the entire school course of mathematics, and their solution plays a significant role, not only in mathematical education, but also in the formation of individual educational actions among students. There are many methods for solving text problems of the school course of mathematics, among which the method of tabular modeling has an important role, which corresponds to the condition of the problem with a tabular mathematical model that contributes to the search for a solution to the problem. The article presents a number of principles describing the main aspects of working with a tabular mathematical model. Also, the theoretical and practical aspects of the use of tabular models in teaching the solution of problems of the school course of mathematics are revealed. The basic concepts are considered: a text problem, mathematical modeling, tabular models. The method of tabular modeling is given, and the stages of its implementation are considered in detail, using examples. The method of tabular modeling allows you to schematically solve any mathematical problem. In order for students to correctly apply this method in their activities, they need to be trained at each stage of solving the problem using the tabular method. The solution of the problem by the method of tabular modeling is a set of ten stages of the solution. After students have fully mastered all the stages of solving a mathematical problem by the method of tabular analysis, it is possible to reduce the solution algorithm to four main stages.

Keywords: text problem, mathematical modeling, tabular model, solution stages, tabular modeling method

Обучение решению текстовых задач в школе можно выделить в одну содержательную линию школьного курса математики, которая выполняет множество функций: вводно-мотивационную, практико-ориентированную и контрольно-оценочную [1].

Существует множество методов решения текстовых задач школьного курса математики, среди которых важную роль играет

метод табличного моделирования, ставящий в соответствие условию задачи табличную математическую модель, способствующую поиску решения задачи.

Целью исследования является изучение табличных моделей в обучении решению задач школьного курса математики.

В широком смысле задача – это система, содержащая такие обязательные компонен-

ты, как: 1) предмет задачи, который находится в исходном состоянии; 2) модель требуемого состояния для предмета задачи [2].

В связи с тем что задачи сформулированы на естественном языке, их называют текстовыми, однако существует два подхода к определению данного понятия. Первый подход гласит, что задача называется текстовой, когда содержит хотя бы один реальный объект. Согласно второму подходу, текстовой является задача, сформулированная связным текстом и содержащая повествовательные и вопросительные предложения [3].

Существует ряд математических задач, которые невозможно решить без составления вспомогательных чертежей, форм, таблиц и т.д. В таком случае для процессов или объектов, описанных в условии задачи, строится их математическая модель [4].

Задача моделирования состоит в наглядном представлении объектов и связей между ними, что способствует получению и обработке дополнительной информации о данных объектах.

Математическое моделирование является одним из универсальных методов моделирования. В соответствие физическому объекту или процессу оно ставит систему математических отношений, решая которую, ученики получают ответы на вопросы, поставленные в задаче. Достоинством математического моделирования является то, что оно позволяет решить задачу без создания реальной физической модели объекта, которое тратит много времени и ресурсов.

При решении математических задач можно использовать метод табличного моделирования.

Таблица – это способ структурированного представления информации, где каждый элемент или объект описан в соответствующей ячейке. Таблица состоит из строк и столбцов.

С помощью таблиц можно представить множество значений математической функции, выразить численные значения объектов текстовой задачи и др.

Табличная модель представляет собой перечень однотипных объектов, который находится в первом столбце или в первой строке таблицы, а также численное значение каждого из элементов, которое размещается в остальных столбцах или строках таблицы. С помощью таблицы учащимся удается преобразовать информацию, данную в задаче в текстовом виде, в полноценную структуру численных данных со всеми связями и отношениями, описанными в задаче.

Табличные модели наиболее рационально использовать при решении текстовых задач. Существует ряд принципов, описывающих основные аспекты работы с табличной математической моделью:

1. Таблица должна отражать анализ условия задачи, не содержать лишней информации и отражать лишь те элементы, которые способствуют поиску правильного ответа.

2. Информация в таблице должна быть расположена лаконично, что способствует быстрому анализу данных таблицы и выявлению главного требования задачи.

3. Принцип единообразия. Величины, которые представлены в таблице, должны находиться в прямой пропорциональной зависимости друг от друга.

Применение табличных математических моделей на уроке математики имеет ряд достоинств:

– происходит формирование и развитие у учащихся логического и аналитического мышления;

– формируются умения выделения основной мысли задачи;

– развиваются навыки исключения из текста избыточной информации;

– формирование умений самостоятельного применения различных способов поиска, использования, анализа и обобщения информации;

– развитие навыков обобщения имеющихся знаний из курса математики.

Метод табличного моделирования позволяет схематично решить любую математическую задачу. Однако, для того чтобы обучающиеся могли правильно применять данный метод в своей деятельности, их необходимо обучить каждому этапу решения задачи табличным методом [5].

Решение задачи методом табличного моделирования представляет собой совокупность десяти этапов решения.

1 этап. Чтение условия задачи. На данном этапе происходит смысловое чтение условия задачи, в результате которого определяется значение и понятность каждого слова. Пропустив данный этап в процессе решения задачи, ученик может неверно определить главную мысль и требование задачи.

2 этап. Формулировка математического закона. На данном этапе происходит выявление математического закона, на котором основано условие задачи. Для верного выявления закона учащимся необходимо выявить главные объекты задачи, а также определить их свойства и характеристики, данные в условии.

3 этап. Формирование табличной модели. Процесс построения табличной модели состоит из четырех действий:

– выявление численных характеристик объектов (данное действие заключается в установлении событий, описанных в условии задачи, и численных характеристик, соответствующих им);

– определение единицы измерения численных характеристик объектов (данное действие позволяет выявить, все ли характеристики указаны в одной единице измерения, если нет, то учащимся необходимо привести все числовые данные к одной единице измерения);

– выявление участников ситуации, описанной в задаче (данное действие позволяет определить, все ли участники задачи были выявлены; если в условии остались числовые характеристики, не внесенные в таблицу, значит либо был пропущен один или несколько участников, либо одного участника необходимо рассмотреть в разных ситуациях с разными числовыми данными);

– правильно расставить вычислительные действия между числовыми характеристиками (данное действие способствует наглядному представлению математического закона, который связывает характеристики задачи).

4 этап. Заполнение составленной таблицы. На данном этапе учащимся необходимо перенести числовые данные из условия задачи в построенную таблицу. Учащимся необходимо отследить единицу измерения численных величин, а также правильное соотношение данных величин участников и ситуаций, описанных в задаче.

5 этап. Определение неизвестных величин. На данном этапе в построенной таблице выявляются ячейки, которые содержат неизвестные и искомые величины.

6 этап. Проверка правильности заполнения таблицы. На данном этапе учащимся необходимо перечитать условие задачи и определить, все ли данные приведены в составленной ими таблице.

7 этап. Выполнение вычислительных действий с известными данными. На данном этапе обучающиеся, с помощью представленных в таблице известных данных, вычисляют искомую величину.

8 этап. Введение нового неизвестного. Данный этап необходим в том случае, если при выполнении вычислительных действий с известными данными учащимся не удалось решить задачу. Вводить неизвестную величину (или несколько неизвестных величин) следует таким образом, чтобы в таблице заполнилось максимально возможное количество ячеек и связей между объектами задачи.

9 этап. Выполнение вычислительных действий с неизвестными величинами.

На данном этапе обучающиеся выполняют поиск решения задачи посредством использования введенной неизвестной величины и её отношений с известными величинами.

10 этап. Проверка правильности решения задачи. На данном этапе учащимся необходимо ввести в таблицу полученное решение и выявить, возникают ли в таблице противоречия между известными данными и полученной величиной.

После того как обучающиеся в полной мере овладеют десятью перечисленными этапами решения математической задачи методом табличного анализа, можно сократить алгоритм решения до четырех основных этапов:

1. Выделение из условия задачи её основных элементов.

2. Определение свойств, значений и отношений между выделенными элементами задачи.

3. Заполнение табличной математической модели.

4. Решение задачи на основе данных, приведенных в табличной математической модели.

Рассмотрим практическую реализацию десяти этапов решения математической задачи методом табличного моделирования.

Задача 1. В первую строительную бригаду привезли на 85 кг шпатлевки больше, чем во вторую. Первая бригада расходует 350 кг шпатлевки в час, а вторая бригада – 270 кг. Через 2 часа работы во второй бригаде осталось в 2,5 раза больше шпатлевки, чем в первой. Сколько килограммов шпатлевки привезли в каждую бригаду?

Этап 1. Чтение условия задачи.

В данной задаче речь идет о двух объектах – первая и вторая строительные бригады, каждая из которых рассматривается в одних и тех же событиях, но имеет свои собственные численные характеристики.

Этап 2. Формулировка математического закона. Основной формулой данной задачи является формула вычисления остатка.

Этап 3. Формирование табличной модели. В табличной модели данной задачи необходимо отразить: 1) 2 объекта – первая и вторая бригады; 2) характеристики данных объектов: количество доставленной каждой бригаде шпатлевки (единица измерения – килограмм); расход каждой бригады за 1 час (единица измерения – килограмм); время работы каждой бригады (единица измерения – час); количество оставшейся шпатлевки (единица измерения – килограмм). Составляем шаблон табличной модели.

Этап 4. Заполнение составленной таблицы.

Заполняем табличную модель данными, известными из условия задачи (табл. 1).

Этап 5. Определение неизвестных величин. Из табл. 1 видно, что неизвестными величинами являются количество доставленной каждой бригаде шпатлевки и остаток шпатлевки у каждой бригады после двух часов работы.

Этап 6. Проверка правильности заполнения таблицы.

Перечитываем условие задачи и убеждаемся в том, что все известные из условия задачи характеристики выписаны в таблицу.

Этап 7. Выполнение вычислительных действий с известными данными.

На данном этапе определяется невозможность решения данной задачи без введения буквенной неизвестной величины.

Этап 8. Введение нового неизвестного.

Для того чтобы в таблице заполнилось максимально возможное количество ячеек и связей между объектами задачи, целесообразнее всего принять количество доставленной шпатлевки второй бригаде за неизвестную x , так как данная величина является наименьшей.

С помощью описанного в условии задачи соотношения доставленной шпатлевки первой и второй бригаде определяем, что второй бригаде доставили $(x + 85)$ кг шпатлевки.

Остаток шпатлевки вычислим по следующей формуле: $O = N - (R * t)$, где O – остаток шпатлевки, N – количество доставленной шпатлевки, R – расход шпатлевки в час, t – время работы бригады.

Заполним таблицу неизвестными величинами (табл. 2).

Этап 9. Выполнение вычислительных действий с неизвестными величинами.

Из условия задачи мы знаем, что остаток шпатлевки во второй бригаде в 2,5 раза больше, чем в первой. Следовательно, уравнение для решения задачи 1 имеет следующий вид:

$$((x + 85) - 700) * 2,5 = x - 540$$

Решаем полученное уравнение: $x = 665$ кг (доставлено второй бригаде).

Найдем количество доставленной первой бригаде шпатлевки: $665 + 85 = 750$ кг.

Этап 10. Проверка правильности решения задачи.

Выполним проверку полученного решения. Известно, что остаток шпатлевки второй бригады в 2,5 раза больше, чем в первой. Найдем эти остатки и сравним их друг с другом:

1) $750 - (350 * 2) = 50$ кг (1-я бригада);

2) $665 - (270 * 2) = 125$ кг (2-я бригада);

3) $125 = 50 * 2,5$ (остаток шпатлевки во второй бригаде в 2,5 раза больше, чем в первой).

Вывод: задача решена верно.

После того как обучающиеся в полной мере овладеют десятью этапами решения математической задачи методом табличного анализа, можно сократить алгоритм решения до четырех основных этапов.

Рассмотрим практическую реализацию решения математической задачи с помощью основных этапов решения. Возьмем задачу на смеси и сплавы.

Задача 2. Даны два сосуда с газом. Первый сосуд содержит 7% кислорода, а второй 12%. Масса газа второго сосуда на 250 г больше, чем первого. Содержимое данных сосудов перемешали в третьем сосуде, содержание кислорода в котором получилось 10,5%. Вычислите массу газа, находящегося в третьем сосуде.

Этап 1. Выделение из условия задачи её основных элементов. Данная задача содержит следующие элементы: 1) 3 объекта – сосуды с газом; 2) характеристики данных объектов: общая масса сосуда (единица измерения – грамм); процент содержания кислорода (единица измерения – процент); масса чистого вещества в сосуде (единица измерения – грамм).

Таблица 1

Реализация четвертого этапа решения задачи 1

	Количество доставленной шпатлевки (кг)	Расход шпатлевки за 1 час (кг)	Время работы бригады (ч)	Остаток шпатлевки (кг)
1 бригада		350	2	
2 бригада		270	2	

Таблица 2

Табличная модель задачи 1

	Количество доставленной шпатлевки (кг)	Расход шпатлевки за 1 час (кг)	Время работы бригады (ч)	Остаток шпатлевки (кг)
1 бригада	$(x + 85)$	350	2	$(x + 85) - 700$
2 бригада	x	270	2	$x - 540$

Табличная модель задачи 2

№ сосуда	Масса сосуда (г)	Процент кислорода (%)	Числовое значение процента кислорода	Масса чистого вещества (г)
1	x	7	0,07	0,07x
2	x + 250	12	0,12	0,12(x + 250)
3	x + (x + 250)	10,5	0,105	0,105(x + (x + 250))

Этап 2. Определение свойств, значений и отношений между выделенными элементами задачи. Известно, что масса второго сосуда на 250 г больше, чем первого. Следовательно, за неизвестную x необходимо принять массу первого сосуда. Также известно, что третий сосуд образован смешением газов первого и второго сосуда. Для определения массы чистого вещества в сосудах необходимо проценты перевести в число.

Этап 3. Составление и заполнение табличной математической модели (табл. 3).

Этап 4. Решение задачи на основе данных, приведенных в табличной математической модели. Так как масса вещества третьего сосуда представляет собой сумму массы первого и второго сосудов, то уравнение для решения задачи будет иметь следующий вид:

$$0,07x + 0,12(x+250) = 0,105(x + (x + 250)).$$

Решим полученное уравнение: $x = 187,5$ г (масса первого сосуда).

С помощью полученной массы первого сосуда вычислим массу третьего сосуда по формуле, представленной в табличной модели: $187,5 + 187,5 + 250 = 625$ (г).

Ответ: масса третьего сосуда с газом равна 625 граммам.

Помимо задач на работу, движение, смеси и сплавы и т.п., методом табличного анализа можно решать также логические задачи. Приведем пример такой задачи.

Три мальчика вышли на прогулку. Каждый из них был одет в шорты и футболку желтого, зеленого или серого цвета. Известно, что Андрей был в зеленой футболке, на Сергее не было желтых вещей, только у Вани цвет футболки и шорт совпал. Определите цвет футболок и шорт каждого мальчика.

В условии задачи рассматриваются три объекта – мальчики: Андрей, Сергей и Ваня.

Каждый из них содержит два элемента: футболка и шорты. Каждый из элементов имеет свою цветовую характеристику: желтый, зеленый или серый. Данную задачу можно решить с использованием четырех основных этапов решения. Задача полностью решена с помощью одной табличной модели, без построения дополнительных уравнений и вычислений.

Выводы

Таким образом, процесс решения текстовых задач имеет большое значение в методике обучения математике и также выполняет ряд дидактических функций. Представленный метод табличного моделирования позволяет схематично решить любую математическую задачу. Однако для того, чтобы обучающиеся могли правильно применять данный метод в своей деятельности, их необходимо обучить каждому этапу решения задачи табличным методом. Но наиболее рационально использовать этот метод при решении текстовых задач.

Список литературы

1. Сарванова Ж.А., Куприянова Т.А. Использование прикладных задач для изучения теорем школьного курса геометрии // Актуальные проблемы математики и методики её преподавания: материалы Международной научно-практической конференции (Саранск, 28–29 марта 2018 г.). Саранск: Издательство Мордовского государственного педагогического института им. М.Е. Евсевьева, 2018. С. 73–77.
2. Семенякина Н.А. Методика обучения решению текстовых задач в основной школе // Наука через призму времени. 2020. № 7 (40). С. 39–43.
3. Баженова Н.Г., Одоевцева И.Г. Теория и методика решения текстовых задач. М.: Флинта, 2017. 89 с.
4. Губарь Ю.В. Введение в математическое моделирование. М.: ИНТУИТ, 2007. 153 с.
5. Храмова Н.А., Юрьева М.С. Табличные модели в обучении решению задач школьного курса математики // Молодой исследователь: вызовы и перспективы. сб. ст. по материалам CLXXXIX междунар. науч.-практ. конф. М.: Интернаука, 2020. С. 30–33.