



РАЗВИТИЕ МЕТОДИКИ ПРОВЕРКИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НА СХОДИМОСТЬ НЕСОБСТВЕННОГО ИНТЕГРАЛА ПЕРВОГО РОДА В ИНФОРМАЦИОННОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ NOMOTEX: АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ И УЛУЧШЕНИЙ

Димитриенко Ю. И., Анисова Т. Л. ORCID ID 0000-0002-3755-5718,
Пичугина А. Е. ORCID ID 0000-0002-7083-3767

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)», Москва, Российская Федерация,
e-mail: anisovatl@bmstu.ru*

В данной статье рассматривается практический опыт использования в учебном процессе информационно-образовательной среды NOMOTEX, разработанной в МГТУ им. Н. Э. Баумана. Основное внимание уделено функциональным возможностям системы в области автоматизированной поэтапной проверки решений сложных математических задач. Авторы анализируют специфику методики детализированного контроля, которая позволяет студентам получать мгновенную обратную связь на каждом шаге вычислений, что важно при изучении фундаментальных разделов высшей математики. В предметной области для оценки эффективности системы выбран раздел математического анализа, посвященный исследованию сходимости несобственных интегралов первого рода. В работе представлены результаты педагогического эксперимента, включающие сравнительный анализ показателей успеваемости студентов. Статистические данные, полученные до и после внедрения поэтапной проверки решения, демонстрируют качественное изменение образовательных результатов. Исследование подтверждает, что переход от оценки финального ответа к автоматизированному мониторингу всей логической цепочки решения способствует более глубокому освоению теоретического материала и минимизации типичных ошибок. В выводах изложены преимущества описанного подхода в контексте современного инженерного образования: повышение мотивации и успеваемости студентов, развитие аналитического мышления, формирование навыков самоконтроля.

Ключевые слова: автоматизация проверки решения, интегральное исчисление, информатизация образования, математическая подготовка инженеров, методика обучения математике, несобственные интегралы, успеваемость студентов, цифровая образовательная среда, NOMOTEX

DEVELOPMENT OF A METHODOLOGY FOR CHECKING THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF CONVERGENCE OF AN IMPROPER INTEGRAL OF THE FIRST KIND IN THE NOMOTEX INFORMATION EDUCATIONAL ENVIRONMENT: ANALYSIS OF RESULTS AND IMPROVEMENTS

Dimitrienko Yu. I., Anisova T. L. ORCID ID 0000-0002-3755-5718,
Pichugina A. E. ORCID ID 0000-0002-7083-3767

*Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education
“Bauman Moscow State Technical University (National Research University)”,
Moscow, Russian Federation, e-mail: anisovatl@bmstu.ru*

This article examines the practical experience of using the NOMOTEX educational information system, developed at Bauman Moscow State Technical University, in the educational process. The focus is on the system's capabilities for automated step-by-step verification of solutions to complex mathematical problems. The authors analyze the specifics of a detailed assessment method that allows students to receive instant feedback at each calculation step, which is essential when studying fundamental areas of higher mathematics. The subject area chosen for evaluating the system's effectiveness was mathematical analysis, which focuses on the study of the convergence of improper integrals of the first kind. The paper presents the results of a pedagogical experiment, including a comparative analysis of student performance indicators. Statistical data obtained before and after the implementation of step-by-step solution verification demonstrate a qualitative change in educational outcomes. The study confirms that the transition from evaluating the final answer to automated monitoring of the entire logical chain of the solution facilitates a more thorough understanding of theoretical material and minimizes common errors. The conclusions outline the advantages of the described approach in the context of modern engineering education – increased student motivation and academic performance, development of analytical thinking, and the development of self-control skills.

Keywords: automated solution verification, integral calculus, informatization of education, mathematical training of engineers, mathematics teaching methods, improper integrals, student performance, digital educational environment, NOMOTEX

Введение

В условиях быстрого развития технологий повышаются требования к подготовке будущих инженеров, вводятся новые образовательные стандарты. Значительно возросла потребность в эффективных цифровых инструментах, используемых при обучении математике, которые способствуют не только усвоению теоретических знаний, но и развитию практических навыков решения задач [1-3]. Внедрение цифровых образовательных платформ позволяет изменять методы, средства, формы обучения и контроля знаний [4-6]. Много внимания уделяется проблеме автоматической генерации тестовых заданий и диагностике знаний учащихся [7-9].

Информационно-образовательная среда (ИОС) NOMOTEX создана в МГТУ имени Н. Э. Баумана, представляет собой комплексное решение для преподавания математических дисциплин инженерного профиля [10], в особенности базовых университетских курсов по высшей математике, таких как аналитическая геометрия, математический анализ, дифференциальные уравнения, интегральное исчисление, теория вероятностей, математическая статистика. Платформа NOMOTEX позволяет не только структурировать и визуализировать учебные материалы, но и эффективно проводить занятия в цифровом формате, включая лекции, семинары и самостоятельные работы. Важной особенностью платформы является поддержка интерактивной визуализации математических понятий и их инженерного применения, что делает процесс обучения более наглядным и практичным [11].

Преимущества платформы NOMOTEX заключаются в ее интерактивности, адаптивности и модульности. Студенты могут работать с заданиями онлайн, проверять свои решения в реальном времени и получать обратную связь [12; 13].

Исследование сходимости несобственных интегралов первого рода имеет большое значение для инженеров, поскольку такие интегралы часто встречаются в задачах, связанных с расчетами на очень больших временных или пространственных интервалах. Например, при анализе распространения волн, тепла или других процессов на значительные расстояния необходимо понимать поведение этих процессов при увеличении интервала расчета. Понимание сходимости интегралов позволяет инженерам гарантировать корректность расчетов и точность результатов даже при моделировании крупных систем или продолжительных процессов, что критично для точного проектирования и надежности инженерных решений.

Решение задачи на исследование сходимости интегралов в рамках университетского курса по интегральному исчислению важно по нескольким причинам. Во-первых, оно развивает фундаментальные навыки анализа поведения функций на неограниченных интервалах, что является важной частью математического образования. Во-вторых, такие навыки необходимы для понимания более сложных инженерных задач, где результаты интегрирования играют ключевую роль в расчетах физических процессов. Наконец, эти задачи учат студентов применять строгие математические методы для проверки корректности решений, что закладывает основу для будущих практических приложений в реальных инженерных проектах.

Цель исследования – представить опыт использования платформы NOMOTEX для автоматизированной поэтапной проверки решений задач по интегральному исчислению, а именно исследования сходимости несобственных интегралов первого рода от знакопостоянной функции.

Материалы и методы исследования

Анализ учебно-методической литературы по теме «Сходимость несобственных интегралов»; изучение и обобщение опыта работы преподавателей кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана по данной теме; программирование заданий, генерация вариантов, размещение контента в ИОС; педагогический эксперимент (2019-2024 гг.) с участием студентов 174 групп (более 3000 человек) на четырех факультетах.

Результаты исследования и их обсуждение

Схема исследования на сходимость несобственного интеграла 1 рода от знакопостоянной функции выглядит следующим образом [14; 15]:

Убедиться, что подынтегральная функция сохраняет свой знак на всём промежутке интегрирования.

Найти эталонную функцию для сравнения – степенную функцию, которая является бесконечно малой при $x \rightarrow +\infty$, эквивалентную подынтегральной функции.

Выбрать для исследования один из двух признаков: признак сравнения либо его предельную форму.

Сделать вывод о сходимости или расходимости несобственного интеграла.

Рассмотрим *пример задания* на исследование сходимости несобственного интеграла первого рода, предлагаемый студентам

первого курса в рамках модуля «Интегральное исчисление».

Исследовать на сходимость несобственный интеграл

$$\int_1^{+\infty} \sqrt[3]{\frac{x+3}{x^2+5}} \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) dx.$$

Заметим, что подынтегральная функция является (положительной) и не имеет

особенностей на всем промежутке интегрирования, поэтому исследуем её поведение только при $x \rightarrow +\infty$.

Поскольку $\sin t \sim t$ при $t \rightarrow 0$, то при $x \rightarrow +\infty$

$$\sin\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) \sim \frac{1}{\sqrt[3]{x}},$$

при $x \rightarrow +\infty$. $x+3 \sim x$, $x^2+5 \sim x^2$; тогда

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+3}{x^2+5}} \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) \sim \sqrt[3]{\frac{x}{x^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{\frac{1}{x^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} \quad \text{при } x \rightarrow +\infty.$$

Тогда исходный интеграл расходится по предельному признаку сравнения с «эталонным» интегралом

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha} dx \quad \text{с } \alpha = \frac{2}{3} < 1. \text{ Таким образом, } \int_1^{+\infty} \sqrt[3]{\frac{x+3}{x^2+5}} \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right) dx \text{ расходится.}$$

Изначальный вариант автоматической проверки задачи. В первоначальном варианте автоматической проверки предполагалась дополнительная проверка решения преподавателем, что упрощало процесс автоматизации. Студент вводил ответ «сходится» или «расходится», и далее преподаватель вручную проверял решение и корректировал баллы при необходимости (рис. 1, 2).

Условие задачи:

Исследовать на сходимость несобственный интеграл.

Исходные данные:

Введите ответ:

Интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \operatorname{arccos}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{\sqrt[3]{x}} dx$ является...

Сдать работу

...
...
сходящимся
расходящимся

Рис. 1. Ввод ответа студентом при выполнении контрольного мероприятия

Вариант: 5

Ответ: $\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) \operatorname{arccos}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)}{\sqrt[3]{x}} dx$ – расходится.

Рис. 2. Отображение ответа студента в личном кабинете, вид с аккаунта преподавателя

Вариант 18 ▼

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt[10]{x} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt[10]{x}} dx$$

Введите точку, в которой интеграл имеет особенность:

$x_0 =$

Является ли подынтегральная функция в односторонней окрестности этой точки знакопостоянной?

Введите эталонную функцию для применения подходящего признака сравнения:

☒ $\frac{C}{x^\alpha}$
☐ $\frac{C}{(x - x_0)^\alpha}$
☐ $\frac{C}{(x_0 - x)^\alpha}$

$\alpha =$

$\frac{1}{\sqrt[10]{x} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt[10]{x}} \sim \frac{C}{x^{1/10}}$

Согласно интеграл .

Рис. 3. Ввод ответа студентом по новой форме: проверяются шаги решения, а не только ответ

В этом случае, при отсутствии дополнительной корректировки баллов преподавателем, студент имел возможность получить либо минимальный, либо максимальный балл за задачу.

Усовершенствованный вариант автоматической проверки задачи. В усовершенствованном варианте студенту предлагается ввести решение по частям с дополнительной аналитической проверкой каждого этапа.

В процессе решения задачи в ИОС NOMOTEX студент должен произвести следующие действия:

Указать точку, в которой интеграл имеет особенность. Для несобственного интеграла 1 рода это $x_0 = +\infty$ или $x_0 = -\infty$.

Проверить, что подынтегральная функция является знакопостоянной на всём промежутке интегрирования. Необходимо выбрать один из ответов – да/нет.

Указать вид эталонной функции для сравнения. Выбрать один из ответов:

$$\frac{C}{x^\alpha}, \frac{C}{(x - x_0)^\alpha}, \frac{C}{(x_0 - x)^\alpha}.$$

Указать степень α эталонной степенной функции. Выбрать один из двух признаков сравнения, соответственно выбрать нужный знак $<, >, \sim$ для сравнения подынтегральной и эталонных функций. Выбрать один из двух ответов – интеграл сходится/расходится.

Заметим, что в том случае, если для исследования подходят оба признака, система позволяет использовать любой из них. Автоматическая проверка решения проводится поэтапно.

За каждую часть задачи студент может получить соответствующий балл (рис. 3, 4).

В примере студент пришел к корректному выводу, но допустил ошибки в процессе решения, что привело к снижению баллов. При вводе ответа в формате «сходится» или «расходится» студент набрал бы максимальный балл по задаче, даже допустив ошибки в решении.

Сравнение успеваемости при различном способе проверки решения. Изначальный вариант решения с минималистичным вводом был внедрен в 2019 году, а в 2020 году была реализована подробная проверка по шагам.

Время сдачи: 17.06.2021, 12:04:52
 Вариант: 3
 Ответ:
 Условие:

$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln \sqrt{x} + \cos x}{(x+1)^3 (e^{\sin(1/x)} - 1)} dx$$

Ответ:

1 балл из 4 $x_0 = +\infty$

Является ли подынтегральная функция в односторонней окрестности этой точки знакопостоянной? Нет

$$\frac{\ln \sqrt{x} + \cos x}{(x+1)^3 (e^{\sin(1/x)} - 1)} \sim \frac{C}{x^2}$$

Согласно предельному признаку сравнения интеграл сходится.

Рис. 4. Частично верное решение примера студентом

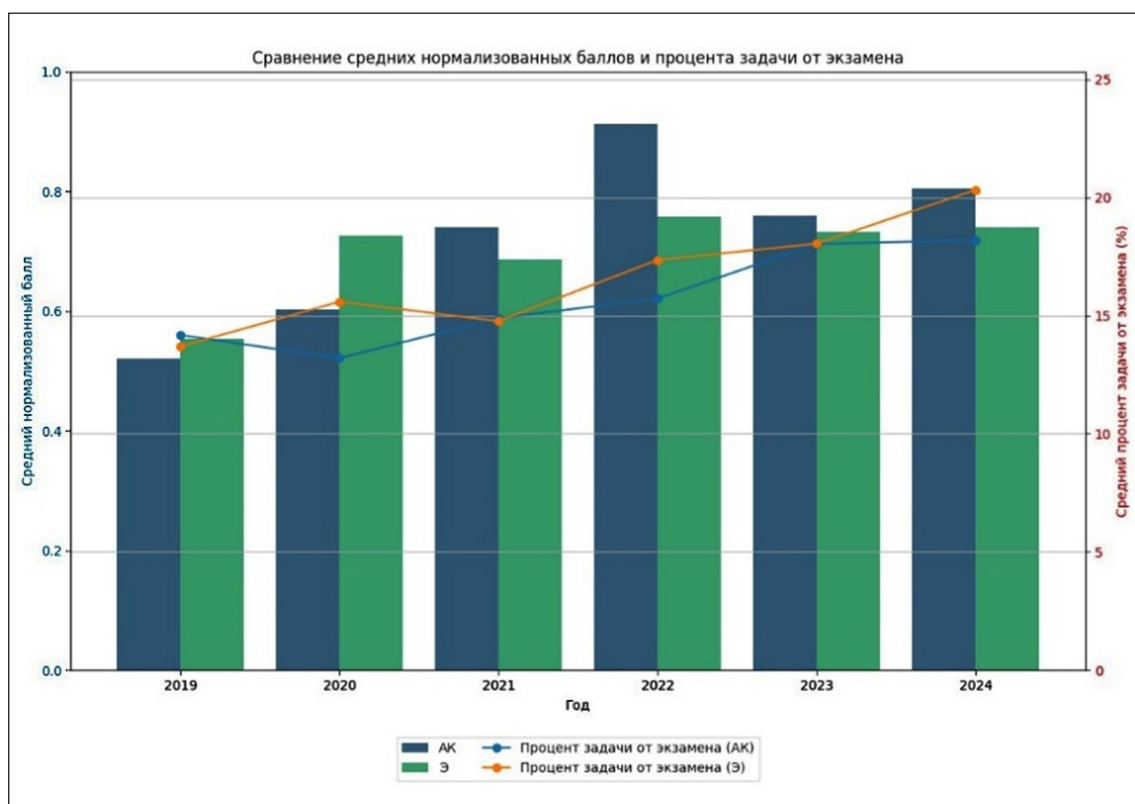


Рис. 5. Диаграмма сравнения баллов по задаче по годам и двум факультетам на временном промежутке в 6 лет

За это время автоматизированной проверкой воспользовались студенты 174 учебных групп на четырех факультетах.

Ниже приведена статистика решения задачи исследования сходимости несобственного интеграла первого рода в экзаменационных билетах в зависимости от факультета, года и формы ввода решения задачи, а также сумма баллов студента за экзамен целиком (рис. 5).

На диаграмме представлены два показателя по годам для каждого факультета: средний нормализованный балл за задачу (синие столбцы, левая ось Y) и средний процент, который задача внесла в общий балл экзамена (линии с маркерами, правая ось Y). Ось X отображает годы, столбцы сгруппированы по факультетам для каждого года, что позволяет напрямую сравнивать результаты между факультетами и временными периодами. График демонстрирует постепенное повышение как среднего нормализованного балла, так и среднего процента вклада задачи в экзамен с течением времени, причём эта тенденция заметна на всех факультетах.

Данные графика показывают положительную динамику в успеваемости студентов по данной задаче и в росте её значимости в структуре экзамена. Повышение среднего нормализованного балла свидетельствует о том, что студенты стали лучше справляться с задачей, возможно, благодаря внедрению новых методов обучения и поэтапной проверки. Увеличение вклада задачи в общий балл экзамена подчёркивает её важность и может стимулировать студентов уделять ей больше внимания. Общая тенденция улучшения по всем факультетам и годам свидетельствует об эффективности принятых образовательных стратегий и поддерживает их дальнейшее применение для повышения качества обучения.

Заключение

В рамках развития информационной образовательной среды NOMOTEX был спроектирован, программно реализован и успешно интегрирован в учебный процесс алгоритм автоматизированной проверки решений задач на исследование сходимости несобственных интегралов первого рода. Данная разработка призвана автоматизировать проверку сложных логических цепочек, которые традиционно вызывают затруднения при изучении данной темы.

Поэтапная проверка задач полезна для студентов, потому что она способствует глубокому пониманию материала и развитию аналитического мышления, позволяя обучающимся осознанно проходить

через каждый шаг решения. Это усиливает мотивацию, признавая их усилия на каждом этапе, и обеспечивает справедливое и точное оценивание знаний. Кроме того, такой подход предоставляет индивидуальную обратную связь, поощряет самостоятельное обучение и готовит студентов к профессиональной деятельности, где важен не только результат, но и процесс его достижения.

Ключевые преимущества для обучающихся:

- интерактивная поэтапная верификация - алгоритм осуществляет проверку не только финального ответа, но и промежуточных выкладок. Это позволяет студентам глубже погрузиться в методологию исследования, осознать структуру доказательства и избежать типичных ошибок при выборе эталонных функций или проверке условий применимости признаков сравнения;

- мгновенная обратная связь - индивидуальные комментарии системы позволяют обучающимся оперативно проводить работу над ошибками, что способствует формированию устойчивого аналитического мышления и навыков самоконтроля.

Преимущества для преподавателей: внедрение системы предоставило преподавателям инструмент мониторинга образовательных достижений в режиме реального времени. Автоматизация рутинной проверки типовых задач позволила педагогам сосредоточиться на реализации индивидуального подхода, разборе нестандартных задач и консультировании студентов, испытывающих наибольшие трудности.

В перспективе планируется расширение функционала NOMOTEX для поддержки других разделов математических дисциплин и интеграция адаптивных технологий обучения, что будет способствовать дальнейшему повышению качества инженерного образования.

Список литературы

1. Нахман А. Д. Математическое моделирование в условиях цифровой трансформации образовательной среды // Вестник Тульского государственного университета. Серия: Современные образовательные технологии в преподавании естественнонаучных дисциплин. 2021. № 1 (20). С. 55-57. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_47208099_60124795.pdf (дата обращения: 26.02.2026).
2. Трофимец Е. Н. Преподавание математических дисциплин в условиях развития цифровой образовательной среды // Психолого-педагогические проблемы безопасности человека и общества. 2022. № 2 (55). С. 39-43. URL: <https://journals.igps.ru/ru/nauka/issue/4273/view#issue-rubrics> (дата обращения: 26.02.2026).
3. Ивлева М. И., Левченко К. Г. Методологические аспекты цифровой образовательной среды в преподавании математических дисциплин // Современная математика и концепции инновационного математического образования. 2018. Т. 5. № 1. С. 320-330. URL: <https://www.elibrary.ru/>

download/elibrary_35296650_74290292.pdf (дата обращения: 26.02.2026).

4. Коннова Л. П., Степанян И. К. Изменение форм учебной математической информации в цифровой образовательной среде // Стандарты и мониторинг в образовании. 2023. Т. 11. № 2. С. 61-66. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=50775285> (дата обращения: 26.02.2026).

5. Гриншкун В. В., Краснова Г. А. Современная цифровая образовательная среда: ресурсы, средства, сервисы. М.: Проспект, 2023. 216 с. URL: <https://books.google.ru/books?id=4q1aEAAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=ru#v=onepage&q&f=false> (дата обращения: 26.02.2026).

6. Григорьев С. Г., Гриншкун В. В., Колошеин А. П. Технология применения электронных образовательных ресурсов в вузе // Вестник Московского городского педагогического университета. Серия: «Информатика и информатизация образования». 2012. № 1 (23). С. 8-13. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_17780539_80055367.pdf (дата обращения: 26.02.2026).

7. Макаренченко М. Г., Сидорякина В. В., Забеглов А. В. Диагностика знаний студентов в цифровой образовательной среде вуза при изучении математических дисциплин // Международный научно-исследовательский журнал. 2021. № 10-3 (112). С. 56-59. URL: <https://research-journal.org/archive/10-112-2021-october> (дата обращения: 26.02.2026). DOI: 10.23670/IRJ.2021.112.10.076.

8. Кручинин В. В., Магазинников Л. И., Морозова Ю. В. Модели и алгоритмы компьютерных самостоятельных работ на основе генерации тестовых заданий // Известия ТПУ. 2006. № 6. URL: https://earchive.tpu.ru/bitstream/11683/1501/1/bulletin_tpu-2006-309-8-59.pdf (дата обращения: 26.02.2026).

9. Гилев П. А., Казанков В. К., Табиева А. В. Автоматическая генерация и проверка задач по дисциплинам математического цикла в высшей школе // Современное педагогическое образование. 2022. № 11. С. 142-147. URL: https://spomagazine.ru/archive/?ELEMENT_ID=36888 (дата обращения: 26.02.2026).

10. Димитриенко Ю. И., Губарева Е. А. Новая технология математической подготовки инженерных кадров, основанная на нейросетевой модели знаний // Инновации в образовании. 2017. № 11. С. 129-140. URL: <https://pub.asobr.org/mag/jour3.php?link=io112017> (дата обращения: 26.02.2026).

11. Димитриенко Ю. И., Зубарев К. М., Скуднева О. В. Разработка лабораторных работ для студентов, обучающихся по специальности «Управление в технических системах», проводимых в Электронной информационно – образовательной среде «NOMOTEX» // Информатизация образования и науки. 2024. № 4 (64). С. 104-114. URL: <https://journal.ficto.ru/archive.html> (дата обращения: 26.02.2026).

12. Димитриенко Ю. И., Облакова Т. В., Зубарев К. М., Шапошников Д. М. А., Макаричев Г. О. Цифровое сопровождение лабораторных работ по математической статистике в информационно-образовательной среде Nomotex // Международный журнал экспериментального образования. 2025. № 6. С. 24-29. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_88834976_50135476.pdf (дата обращения: 06.04.2026).

13. Димитриенко Ю. И., Анисова Т. Л., Смехнова А. А., Алесин А. В. Автоматизация проверки домашнего задания в курсе «Дифференциальные уравнения» в цифровой образовательной среде Nomotex // Современные проблемы науки и образования. 2023. № 6. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=33163> (дата обращения: 06.02.2026). DOI: 10.17513/spno.33163.

14. Хасанов А. С. Методические рекомендации по изучению темы «Несобственные интегралы» // Известия Российского экономического университета им. Г. В. Плеханова. 2015. № 3 (21). С. 163-188. URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=25597706> (дата обращения: 26.02.2026).

15. Вергазова О. Б., Хасанов Н. А. Методические особенности проведения дистанционных занятий для студентов технических специальностей по теме «Сходимость несобственных интегралов» // Modern European Researches. 2020. № 2-1. С. 150-155. URL: <https://doaj.net/issues/36> (дата обращения: 26.02.2026).

Конфликт интересов: Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest: The authors declare that there is no conflict of interest.

Финансирование: Авторы заявляют об отсутствии внешнего финансирования.

Financing: The research was performed without external funding.